Årg. 39:4 Dec. 1956

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

FJÄRDE HÄFTET

Elis Nordén, Trådtöjningsmätning 229

Torsten Lindström och Anders Mårtensson, Elektriska kopplings- och uttagssystem för laboratorier 245

Nils Hansson, Observationer i astronomi avsedda för skolstadiet 251

Hans Riesel, Några stora primtal 258

O. Lindstad, Om treghetskrefter 261

Notiser: B. Adell och G. Thölin, Framställning av vätgas ur vattenånga och järnpulver; G. Starck, En användning av rakblad vid kemiska försök; J. Stark, Karat och lödighet 264

Gradualavhandlingar: K. Bockasten; T. R. Gerholm; Aina Elvius; C. Reutersvärd; B. Lindblad; D. Dyrssen 267

Bokanmälningar: Machine Translation of Languages; Colloque sur la théorie des nombres; The Teaching of Mathematics in Technical Colleges; Gask, Ordinära differentialekvationer; Colerus, Från punkten till fjärde dimensionen; Bauer, Champs de vecteurs et de tenseurs; Denjoy, Articles et mémoires; Yiftah, Constantes fondamentales des théories physiques; Heilbronn, Intégration des équations différentielles ordinaires par la méthode de Drach; Campbell, Théorie générale de l'équation de Mathieu; Brillouin/Parodi, Propagation des ondes dans les milieux périodiques; Andres/Miser/Reingold, Basic Mathematics for Science and Engineering; Salmon, Conic Sections; Blackwood/Kelly, General Physics; forts. å omslagets andra sida.

Problemavdelning:

Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 291
Matematiska och fysikaliska uppg. i studentexamen nov. 1956 294
Realexamen h.t. 1956: Provräkning 299
Praktisk realexamen h.t. 1956: Uppg. i fysik, Uppg. i kemi med laborationsteknik, Uppg. i beskrivande maskin- och byggnadslära 301

Författare i detta häfte (304). Insänd litteratur (annonsbladet vid sid. 272).

Annonsörer: Almqvist & Wiksell; Rudolph Grave; Gumperts AB; Lindström & Johnsson AB; Lindståhls Bokhandel; Lunds Studentkårs Intressebyrå; Norstedt & Söner; Svenska Bokförlaget.

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

ELEMENTA Årligen fyra häften: mars, juni, sept., dec. Pris pr år kr. 15:—, pr häfte kr. 4:25.
Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 52755. Tidskriften sändes som utgivarkorsband. Redaktör och utgivare: C. E. BLOM. Karlbergsv. 16, Stockholm.
Priser å tidigare årgångar, särtryck och pärmar: se t.ex. sept.h.

Att beakta

Prenumerationsavgiften för år 1957, kr 15:—, inbetalas å postgiro 52755. Observera bilagda portofria inbetalningskort, som medföljer försändelser till privata abonnenter. Till bibliotek, skolor, institutioner m. fl. har fakturor utsänts 20. 11. 1956. Abonnenter i utlandet kan numera inbetala avgiften direkt till tidskriften genom att använda internationell postanvisning.

▶ Det är av stor betydelse att prenumeration göres redan i december. Härigenom underlättas väsentligt red.:s expeditionsarbete, och abonnenten försäkrar sig om att erhålla marshäftet—som utkommer redan i februari—vid första utsändningen omedelbart efter tryckningen. Den andra utsändningen sker först i mitten av mars.

Studerande vid universitet och högskolor erhåller tidskriften vid direkt prenumeration hos red. till ett pris av kr. 12:50. Hänvisning göres vid inbetalningen till studentkatalog. Se bifogade inbetalningskort. Även de elever (ett hundratal) vid läroverken som under 1956 mottagit tidskriften som premium kan erhålla årg. 1957 till kr. 12:50.

Pärmar har sålts i större antal än som beräknats, varför lagret är mycket begränsat. Det bör beaktas av den som nu vill binda sina årgångar.

Problemhäfte 1956 innehåller som vanligt de under året givna examensuppgifterna i student- och realexamen men därutöver

Övningsuppgifter i matematik till studentexamen

utarbetade av Skolöverstyrelsen i avsikt att såväl lärare som elever skall få en uppfattning om beskaffenheten av de nya skrivningar som enl. gymnasiereformen av år 1953 skall ges i studentex. fr. o. m. våren 1957.
Övningsskrivningarna är tolv, fördelade i tre grupper, för allmänna linjen och för reallinjens biologiska och matematiska gren.

Samtliga uppgifter är försedda med svar.

Häftet, som omfattar 48 sid. beräknas utkomma omkr. 10. dec.

Pris kr. 2:20

Bokanmälningar (forts.): THOMPSON/RODGERS, Thermal Power from Nuclear Reactors; HUTTEN, The Language of Modern Physics; WETTERFORS, Stjärnor; WALLENQUIST, Planeten Mars; HINE, Physical Organic Chemistry; Neutron Cross Sections; Chemical Processing and Equipment; GANZENMÜLLER, Beiträge zur Geschichte der Technologie und der Alchemie; BOLIN/GUSTAVER, Från kemins arbetsfält; POINCARÉ, Électricité et optique; THOMAS, Physical Formulae 274

Bilagor: Lindståhls Bokhandel; Elementa inbetalningskort.

Nya matematikböcker

Verner Carlsson

EXAMENSUPPGIFTER I MATEMATIK

för den praktiska realskolans tekniska linje

Denna exempelsamling är avsedd för lärjungarna på den praktiska realskolans tekniska linje. Den innehåller de för denna linje lämpliga uppgifter som getts i realexamen, kompletterande övningsuppgifter samt de provräkningar som förekommit i examen på den tekniska linjen ht 1954—vt 1956.

Utkommer till vårterminens början. *4:25*

Fredrik Ehrnst

MATEMATIKUPPGIFTER I STUDENTEXAMEN

för den allmänna linjen och reallinjens biologiska gren

En sammanställning av examensuppgifter i matematik, givna på latin- och reallinjen under i huvudsak de senaste tjugo åren. Uppgifter av besläktad typ har sammanförts i grupper, varvid inom varje grupp uppgifternas svårighetsgrad successivt stegrats.

Utkommer till vårterminens början. *ca 5:50*

ALMQVIST & WIKSELL

Box 159 - Stockholm 1 - Postgiro 758

AWE

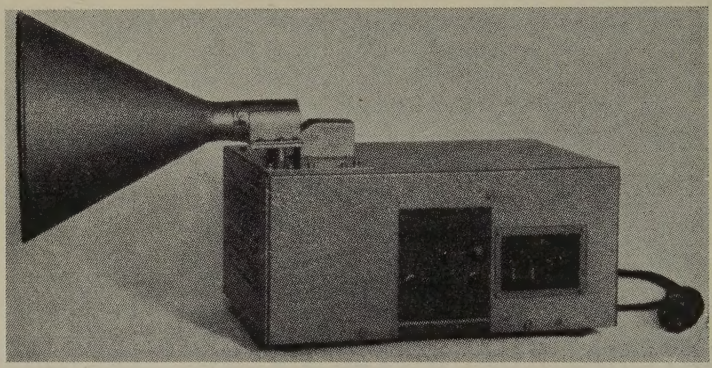
LEYBOLD-*Nyheter*

för

Modern Fysikundervisning

MAGNETRONSÄNDARE

Frekv. 5850 MHz, Vågl. 51.3 mm, Eff. 20 Watt



Med modulationssteg för sändning av tonfrekvent modulerade vågor med en effekt av c:a 10 Watt samt nätdel för 220 V* växelström för drift av sändaren direkt från belysningsnätet.

*(Andra spänningar vid förfrågan)

Mottagaren till **Magnetronsändaren** utgöres av en dipolantenn med germaniumdiod.

RUDOLPH GRAVE AB

SKOLAVDELNINGEN

Box 3082, Malmskillnadsg. 48c, Stockholm 3, Tel. 23 37 80

Box 6058, St. Nygatan 27b, Malmö 6, Tel. 381 25

Trådtöjningsmätning

En gren av den icke-förstörande mättekniken

Av direktör K. Elis Nordén, Stockholm

När man jämför nutida tekniska konstruktioner med äldre dagars, lägger man i allmänhet märke till en markant skillnad i såväl utformning som dimensionering och val av konstruktionsmaterial.

En dylik iakttagelse leder omedelbart till en mängd frågor. Hur kan det komma sig, att en maskinkonstruktion, exempelvis en förbränningsmotor, i dag väger kanske endast hälften så mycket som en äldre motor av samma slag men trots detta utvecklar betydligt högre effekt? Eller hur är det möjligt att numera bygga broar med jättelika brospann i smäckra konstruktioner och i sådana material som betong? Hur är det överhuvud möjligt att utnyttja lätta skalkonstruktioner i flygplan, som utsättes för så hårda påfrestningar? Vad kan orsaken vara till att man nu för tiden använder helt andra konstruktionsmaterial än tidigare? Är det inte risk för att nutidens konstruktioner brister genom överbelastning?

Frågorna är legio, och svaren på dem är mångahanda, men ett är säkert — de framsteg som gjorts har sin fasta förankring i teknikens utveckling, en utveckling som skett stegvis genom växelverkan mellan bl. a. materialforskning och vidgade och förbättrade konstruktionsteorier samt i synnerhet tack vare under senare år väsentligt förbättrade provningsmetoder.

Inom modern teknik försiggår en kontinuerlig kontroll och provning av såväl material som konstruktionsdetaljer och färdiga konstruktioner. Medan man i äldre tider knappast förfogade över andra metoder att prova ett material eller en konstruktion än att genom överbelastning frambringa ett brott, utnyttjar man nu för tiden s. k. icke-förstörande mätmetoder för såväl forskning som konstruktion och produktion.

Avsikten med denna uppsats är att ge en kort framställning av några av dessa moderna mätmetoder och deras användning.

Icke-förstörande mätmetod

Med icke-förstörande mätmetod menas en metod, som gör det möjligt att helt tillfredsställande förutsäga, vid vilken belastning eller påkänning en konstruktion kommer att brista, utan att man behöver

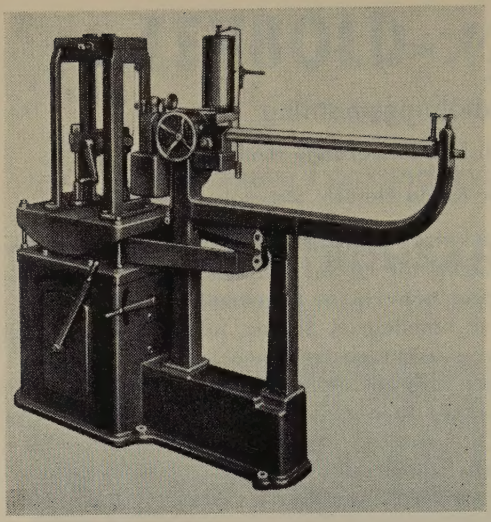


Fig. 1. Svensk universaldragprovmaskin, utformad i princip som en våg, för maximalt 10 000 kp. Provstycket inspännes mellan en fast och en rörlig back i stativet till vänster.

utsätta konstruktionen för ens tillnärmelsevis den påkänning som leder till brott.

Den rena *materialkontrollen* är dock i allmänhet fortfarande av förstörande natur. Man utsätter smärre provstycken av materialet för brott i dragprovmaskiner (fig. 1), man kontrollerar materialets hårdhet genom intryck av t. ex. en stålkula, s. k. Brinellprov, man provar materialets krypning, dvs. längdändring vid belastning och uppvärmning, i speciella krypprovmaskiner, osv.

Det är således huvudsakligen i fråga om *färdiga konstruktioner* som de icke-förstörande mätmetoderna kommer till användning. Metoderna är mångfaldiga och fyller var och en sin speciella uppgift. Exempel utgör röntgen för materialkontroll och mätningar med ultraljud för tjockleksbestämning. På senare tid har man även börjat utnyttja radioaktiva isotoper med strålningsmätning i en mängd olika sammanhang för materialkontroll och tjockleksmätning på färdiga konstruktioner.

Töjningsmätning

En särskild gren av den icke-förstörande mättekniken utgör den s. k. töjningsmätningen. Med hjälp av något instrument mäter man den längdändring, som uppstår i ett material som utsättes för belastning. Töjningsmätningen utnyttjas huvudsakligen på färdiga konstruktioner och har genom sin stora flexibilitet och sitt förhållandevis enkla utförande kommit att inta en dominerande plats.

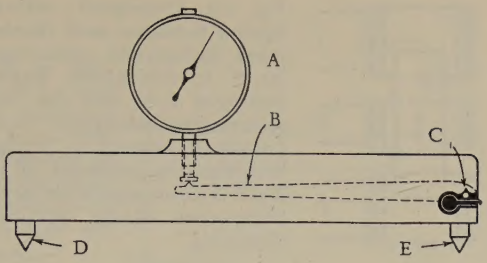


Fig. 2. Mekanisk extensometer för töjningsmätning bl. a. på betong. Avståndet mellan eggarna D och E utgör mätsträckan. Töjningen avläses på mätklockan A, som påverkas av hävstången BCE, vilken är lagrad i C. Mätsträckan är normalt 2—10 tum och avläsningsnoggrannheten ca 0,0002 tum.

Instrumenten som användes vid töjningsmätning varierar mycket i utförande allt efter de krav, som ställes på mätningen, och de förhållanden, under vilka mätningen utföres.

En typ av töjningsmätare är de s. k. extensometrarna (fig. 2), vilka huvudsakligen användes vid statiska prov, dvs. sådana prov, där lasten i allmänhet ändras stegvis och man gör en avläsning för varje last. Extensometrarna kommer även till användning i drag- och krypprovmaskiner.

En annan typ av töjningsmätare eller snarare längdändringsmätare baserar sig på mätning av en ljusstråles deviation medelst prismor eller speglar, som förflyttas eller vrides under inverkan av förlängningen av den mätsträcka, på vilken instrumentet anbringats (fig. 3).

Ett tredje sätt att konstatera längdändringar är att använda induktiva givare med tillhörande elektriska (ev. elektroniska) mätinstrument. En induktiv givare (fig. 4 a och b) består t. ex. av en förskjutbar järnkärna och tre i förhållande till varandra fasta spolar, som tillsammans utgör en transformator och som ingår i en s. k. bryggkoppling. En dylik mätutrustning kan användas för såväl statiska som dynamiska mätningar. Med dynamisk mätning menas i detta sammanhang en mätning, där t. ex. belastningen och därmed förlängningen av mät-

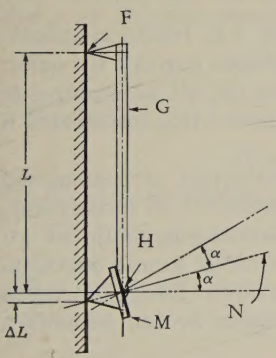


Fig. 3. Optisk extensometer bestående av en fast egg F, förenad med den fasta armen G, och en kring leden H rörlig egg M, försedd med en spegel (med normalen N). En förlängning ΔL av mätsträckan L motsvaras av den optiska vinkeländringen 2α. En fördel med denna typ av givare är att ingen mätklocka belastar mätsystemet samt att avläsningen kan göras på avstånd.

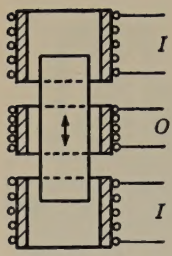


Fig. 4 a. Principiell utformning av induktiv givare. Spolen O matas med växelström. Vid symmetri fås lika stora inducerade spänningar i de båda sekundärspolarna I. Förskjutes kärnan axiellt, blir spänningsökningen över den ena sekundärspolen lika stor som spänningsminskningen över den andra. Spolarna I kopplas vanligen i en brygga på så sätt, att spänningarna kompenserar varandra, då kärnan befinner sig i neutralläget. Spänningen över bryggans indikatordiagonal blir härigenom direkt proportionell mot kärnans förskjutning.

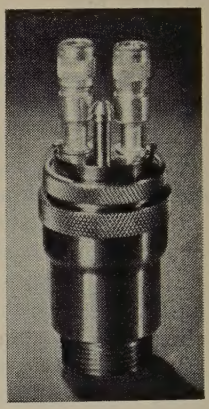


Fig. 4 b. Praktisk utformning av induktiv givare för tryckmätning t. ex. i en förbränningsmotors cylinderrum (gängorna nedtill för inskruvning i väggen). I detta fall är givaren försedd med ett membran, som tar upp det tryck som skall mätas. Mellan de båda elektriska anslutningskontakterna synes en anslutning som användes om man vill tillföra ett konstant mottryck på membranets baksida.

objektet oupphörligen varierar i storlek. I praktiken är de flesta påkänningar, som en konstruktion utsättes för, av dynamisk karaktär, t. ex. beträffande fordon, båtar, flygplan. Till de dynamiska mätningarna hör givetvis även mätning av vibrationer.

Trådtöjningsgivare

Bland de elektriska mätmetoderna intar den s. k. trådtöjningsmätningen en framskjuten plats. Trådtöjningsmätningen har fått sitt namn av de givare eller känselorgan, vilka användes för att konstatera de längdändringar som uppstår i ytan på materialet i den konstruktion som utsättes för belastning.

Trådtöjningsgivaren grundar sig på det förhållandet, att resistansen hos en elektrisk ledare ändras, när ledaren utsättes för en förlängning.

Man skulle emellertid i de flesta fall inte ha någon glädje av att mäta denna resistansändring, om man inte samtidigt kunde översätta den till en motsvarande längdändring hos givaren. Längdändringen i givaren är ju det primära, och resistansändringen är den sekundära effekt som studeras.

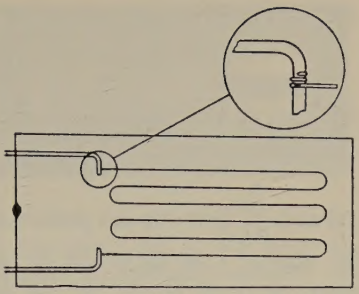


Fig. 5. Principiell utformning av trådtöjningsgivare. För att man på en kort mätsträcka skall få så stor mätlängd som möjligt, lindas tråden fram- och återgående. Övergången (förstorad på bilden) mellan de grova anslutningstrådarna och den tunna mättråden är ett av de svårare problemen vid tillverkning av trådtöjningsgivare.

Förhållandet mellan relativ resistansändring och relativ längdändring, den s. k. *givarfaktorn*, är i stort sett en konstant, som teoretiskt huvudsakligen beror av materialet i motståndstråden.

Moderna trådtöjningsgivare består av ett stort antal parallella seriekopplade motståndstrådar, lagda i ett plan och inbakade i t. ex. plast till ett »frimärke» (fig. 5). Givaren, som har mycket ringa tjocklek, klistras på den yta som skall undersökas. En töjning i ytan överföres alltså till motståndstrådarna i givaren och förorsakar den eftersträvade ändringen i deras resistans.

Givarfaktorn kan beräknas på följande sätt (i praktiken bestämmes den empiriskt).

Ur formeln för en ledares resistans, $R=\varrho L/A$, där ϱ är resistiviteten, L längden och A tvärsnittsarean, erhålles genom logaritmisk derivering

$$\frac{dR}{R}=\frac{d\varrho}{\varrho}+\frac{dL}{L}-\frac{dA}{A} \tag{1}$$

Om V är trådens volym, erhåller man ur $V=LA$

$$dV=A\,dL+L\,dA \tag{2}$$

För en lång, smal kropp som utsättes för en axiell töjning ε gäller, om μ är Poissons konstant, relationen

$$dV=L(1+\varepsilon)\cdot A(1-\mu\varepsilon)^2-LA$$

Om töjningen $\varepsilon=dL/L$ är mycket liten, kan högregradstermerna av ε försummas, och man får

$$dV=LA\,\varepsilon(1-2\mu)=A\cdot dL(1-2\mu) \tag{3}$$

Ur (2) och (3) erhålles

$$A\,dL+L\,dA=A\,dL(1-2\mu),\ \text{varav}\ \frac{dL}{L}\cdot 2\mu=-\frac{dA}{A}$$

vilket insatt i (1) ger

$$\frac{dR}{R}=\frac{d\varrho}{\varrho}+\frac{dL}{L}(1+2\mu) \tag{4}$$

För den ovan definierade givarfaktorn

$$G=\frac{dR/R}{dL/L} \tag{5}$$

erhålles ur (4) uttrycket

$$G=1+2\mu+\frac{d\varrho/\varrho}{dL/L} \tag{6}$$

Termen $\frac{d\varrho/\varrho}{dL/L}$ i (6) är positiv för de flesta material och nära noll för några; i ett fåtal fall är den negativ. Bortser man från denna term, får man $G\approx 1{,}6$ för de flesta material ($\mu\approx 0{,}3$).

De flesta kommersiellt tillverkade trådtöjningsgivare levereras med en uppgiven givarfaktor, som i allmänhet är av storleken 2—3 (och med resistans från några tiotal ohm upp till något tusental ohm). Praktiskt sett betyder detta, att den uppmätta procentuella resistansändringen är 2—3 gånger så stor som den procentuella töjningen i ytan som givaren är klistrad på. Emellertid kan det bli fråga om mätning av mycket små resistansändringar; i praktiken användes trådtöjningsgivare för mätning av töjningar ända ned till 10^{-6}, vilket betyder en längdändring av 1 μ på en mätsträcka av 1 m.

Trots att man i praktiken eftersträvar att göra givare av material, vilkas resistivitet har så liten temperaturkoefficient som möjligt, blir ofta resistansändringarna, förorsakade av temperaturfluktuationer, större än ändringarna på grund av töjningen. Det är därför av största vikt, att all möda lägges ned på att elektriskt koppla givarna så, att inverkan av temperaturen kompenseras. Utnyttjas en Wheatstone's bryggkoppling enligt fig. 6 med aktiva givare (A—A), som upptar töjning, i motstående branscher och kompensationsgivare (K—K), som placerats så att de erhåller samma temperatur som de aktiva givarna men inte upptar töjning, i de andra branscherna, fås ett utslag på mätinstrumentet som är i huvudsak enbart beroende av töjningen.

En annan faktor, som inverkar störande på mätnoggrannheten, är den s. k. tvärkänsligheten. Härmed menas den resistansändring som

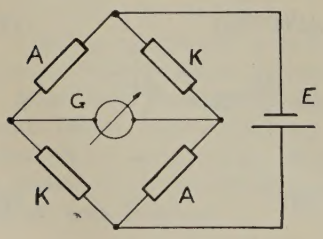


Fig. 6. Temperaturkompensation vid trådtöjningsmätning. De aktiva givarna (A—A) upptar töjning. Kompensationsgivarna (K—K) har samma temperatur som de aktiva givarna men upptar inte någon töjning.

Fig. 7. Metallfolietöjningsgivare. Man lägger särskilt märke till de breda ytorna för givarens anslutning ävensom de breda tvärsgående banden, som eliminerar tvärkänslighet och samtidigt tillförsäkrar mättrådarna god förankring, varigenom mycket god stabilitet erhålles.

uppstår i givaren på grund av töjning eller kompression vinkelrätt mot givarens längdriktning. Om man betraktar fig. 5, ser man att längden av förbindelsetrådarna i givarens tvärriktning uppgår till storleksordningen 10 % av sammanlagda trådlängden i längdriktningen. Vill man med en sådan givare bestämma töjningen i en viss riktning på en yta, som utsättes för en tvåaxlig påkänning, erhålles således en betydande störning i mätresultatet. Enklaste sättet att undvika en dylik inverkan, dvs. att minska tvärkänsligheten, är att göra de tvärsgående förbindelsetrådarna med betydligt grövre area. Ett exempel på hur detta ordnas i praktiken visas i fig. 7. Den tunna tråden ersättes av ett mycket tunt metallfolium, som genom »tryckning och etsning» framställes i det önskade mönstret.

Folietöjningsgivaren, som är relativt ny, uppvisar sådana egenskaper, att en jämförelse mellan denna och de tidigare trådgivarna är av intresse. Härvid kan det vara på sin plats att i korthet nämna hur foliegivaren kom till.

En engelsk flygplanfabrik, som tillverkar helikoptrar, fann att man vid töjningsmätningar på helikoptrarnas rotorblad fick misslyckade mätningar i allt för stor omfattning. En analys visade, att i ca 95 % av alla fall felet härrörde från avbrott i trådtöjningsgivarens anslutningsledningar (se fig. 5). Då mätningarna endast kunde göras under praktiska flygförsök, blev de ständiga misslyckandena synnerligen kostsamma. Man beslöt därför att ställa upp en specifikation över en idealisk givare samtidigt som man undersökte olika metoder att tillverka en dylik. En annan firma hade vid denna tid tagit upp tillverkning av s. k. tryckta elektriska kretsar (användes i miniatyrelektroniken), vilka framställes genom tryckning och etsning av metallfolium som limmats på isolerande underlag. Flygplanfabrikanten tog kontakt med den senare firman, och ett samarbete etablerades med resultat att folietöjningsgivare av olika slag numera tillverkas.

De mest betydande fördelarna hos folietöjningsgivaren är dels, att risken för ledningsbrott i givarens anslutningar helt eliminerats genom anslutningspunkternas kraftiga utformning, och dels att man på grund av den stora effektiva kylytan hos den tillplattade ledaren (foliet) kan arbeta med 10—20 gånger så stark ström genom folie-

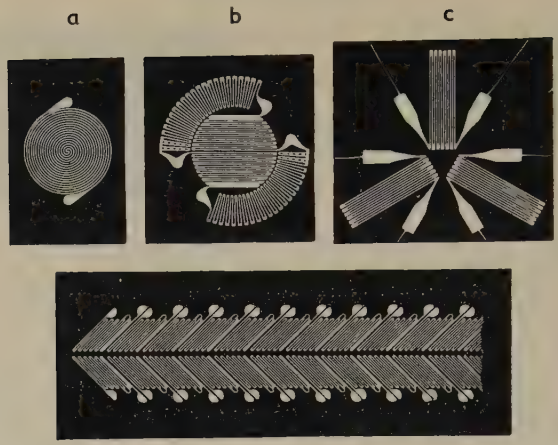


Fig. 8. Ett urval folietöjningsgivare för olika ändamål. a) Spiralgivare som, placerad på membran, användes för mätning av hydrauliska eller pneumatiska tryck. b) Fyra givare, kopplade i brygga. Användes för tryckmätning. c) Rosettgivare. Användes för bestämning av huvudtöjningsriktningen vid fleraxligt eller obekant påkänningstillstånd. d) Torsionsgivare. Klistras runt en maskinaxels periferi. Givarna kommer därvid att ligga i 45° vinkel med axelns längdriktning och sammanfaller således med de huvudtöjningsriktningar, som uppstår i ytan vid torsion. Ev. inverkan av böjning i axeln elimineras automatiskt.

givaren som genom den äldre trådgivaren, varigenom uppnås en motsvarande ökning i effektkänslighet, vilket är av vikt när det gäller dynamiska mätningar. Dessutom ger tillverkningsmetoden för dessa givare enkelt stora möjligheter till variation av utformningen för olika mätändamål (fig. 8).

Trådtöjningsmätning

För att vi skall få ett grepp om hur trådtöjningsmätning utnyttjas i praktiken, betraktar vi ett enkelt fall, en ensidigt inspänd stav (fig. 9) med längden l, bredden b och höjden a; staven är böjd på grund av en last P i den fria änden.

Nedböjningen y i en godtycklig punkt $(x; y)$ anges av ekvationen

$$-y=\frac{P}{6EI}(3lx^2-x^3) \tag{7}$$

där E är materialets elasticitetsmodul och I är stavens tröghetsmoment. Spänningen i punkten $(x; y)$ är

$$\sigma=\frac{P(l-x)}{W}, \text{ där } W=I\frac{2}{a} \text{ är stavens motståndsmoment} \tag{8}$$

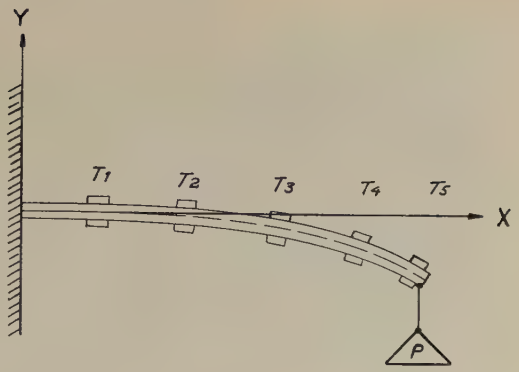


Fig. 9. Horisontell, ensidigt inspänd stav, belastad med vikten P i den fria änden. På stavens över- och undersida är placerade töjningsgivarparen T_1—T_5. Givarna på översidan blir utsatta för dragning, givarna på undersidan för sammantryckning.

Töjningen i punkten är $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$; enligt (8) fås alltså $\varepsilon = \frac{aP(l-x)}{2EI}$.

I stavens fria ände ($x=l$) blir enl. (7) nedböjningen $f = \frac{Pl^3}{3EI}$. Töjningen i punkten (x; y) kan alltså skrivas

$$\varepsilon = \frac{3af(l-x)}{2l^3}$$

En töjningsgivare, som är placerad på stavens översida, utsättes för en töjning (+), dvs. förlängning; med placeringen $x=c$ blir $\varepsilon = \frac{3af(l-c)}{2l^3}$, och eftersom $\varepsilon = \frac{dR/R}{G}$ enligt (5), blir den relativa resistansändringen i givaren

$$\frac{dR}{R} = \frac{3}{2} \cdot \frac{af(l-c)}{l^3} \cdot G \qquad (9)$$

Exempel: $a=10$ mm $l=1000$ mm $f=10$ mm $c=400$ mm $G=2{,}2$

Insättning i (9) ger $dR/R = 19{,}8 \cdot 10^{-5}$ eller $0{,}198\ ‰$. I en töjningsgivare med nominella resistansen 120 ohm exempelvis blir alltså resistansändringen 0,024 ohm. Som synes rör det sig om små ändringar, vilka emellertid är fullt tillräckliga för att ge tydliga och stabila mätresultat med moderna töjningsmätutrustningar. — Den andre givaren i paret, vilken sitter på stavens undersida, utsättes för en kontraktion (—), dvs. sammantryckning, av samma storlek. I praktiken talar man ofta om plus- resp. minustöjning, eftersom töjningarna på stavens över- och undersida blir av samma storlek men med skilda tecken.

Om de båda parvis placerade givarna inkopplats i en brygga enligt fig. 6, bidrar vardera givarens resistansändring till att åstadkomma obalans i den från början balanserade bryggan, så att den totala obalansen blir dubbelt så stor som om endast den ena givaren använts.

Det skisserade mätproblemet är på grund av den konstanta lasten P att hänföra till kategorien statiska mätningar. Om emellertid stavens fria ände utsättes för en vertikal stöt, kommer staven i svängning. I töjningsgivarna uppstår därvid omväxlande plus- och minustöjningar som ger upphov till en kontinuerligt varierande obalans i bryggan. Ett dylikt mätförlopp är ett typiskt exempel på en dynamisk mätning.

Utrustningar för trådtöjningsmätningar

Den vanligast förekommande typen av mätutrustning för statiska töjningsmätningar är baserad på Wheatstonebryggan (fig. 6). Givetvis kan även andra bryggkopplingar komma till användning, ty det är ju principiellt endast fråga om att mäta ändring i en variabel resistans.

I många fall utföres själva mätningen på så sätt att bryggan nollbalanseras medelst ett variabelt motstånd P_a i bryggans ena hörn (fig. 10 a). Detta motstånd förses med en ohmskala, på vilken inställningen avläses vid nollbalansering före och efter det töjningsgivaren utsatts för töjning. Differensen mellan skalvärdena utgör den aktuella resistansändringen, ur vilken töjningen eller påkänningen i materialet sedan beräknas.

För att man skall slippa dubbla avläsningar och subtraktion, utföres moderna töjningsmätare i enlighet med fig. 10 b. Betrakta bryggan i figurens högra hälft. Med mätobjektet obelastat nollbalanseras bryggan medelst nollpunktspotentiometern P_0, varvid avläsningspotentiometern P_a skall vara ställd på skalvärdet noll. När

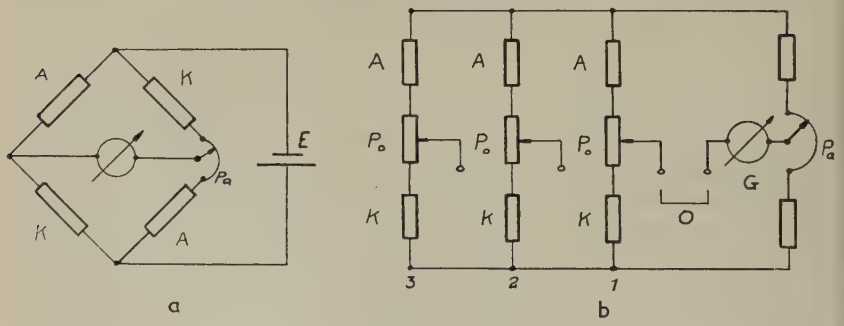


Fig. 10. a) Wheatstonebrygga (jfr fig. 6) med balanseringspotentiometer (P_a), vars skala ger töjningen efter två inställningar. A—A är aktiva givare, K—K givare för temperaturkompensation. b) Wheatstonebrygga, i jämförelse med föregående utökad med initialbalanseringspotentiometer (P_0), varigenom töjningen fås direkt på P_a (en avläsning), samt anordning för anslutning av flera mätpunkter (grenarna 1, 2, 3 jämte omkopplaren O).

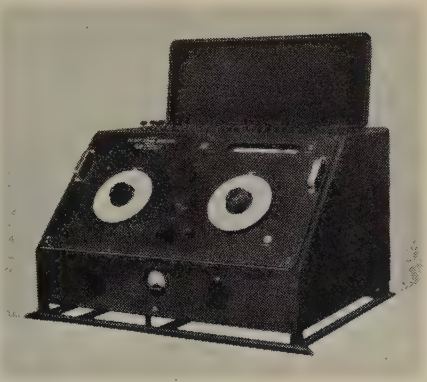


Fig. 11. Mätbrygga för upp till 50 mätpunkter. Vänstra ratten är mätpunktsväljare, högra ratten avläsningspotentiometer (motsv. O resp. P_a i fig. 10 b). Ovanför den senare ratten sitter galvanometern (spaltinstrument). De 50 nollpunktspotentiometrarna (P_0) är placerade på apparatens översida. Apparaten innehåller strömförsörjningsaggregat för nätanslutning. Eftersom samtliga givare konstant ligger under spänning (jfr fig. 10 b), är risken för mätfel på grund av temperaturdrift praktiskt taget eliminerad.

sedan mätobjektet belastas, uppstår en resistansändring i givaren A. Bryggan nollbalanseras nu med potentiometern P_a. Skalvärdet på P_a representerar således direkt givarens resistansändring. Skalan kan följaktligen graderas direkt i procentuell töjning eller, för ett givet material, även i påkänning (t. ex. kp/cm²), emedan

$$\sigma = \varepsilon E = \frac{dR}{R} \cdot \frac{E}{G}$$

Om man dessutom förser bryggan med en inbyggd omkopplare O, kan ett stort antal givare (mätpunkter) samtidigt vara anslutna till mätapparaten för att i tur och ordning inkopplas i bryggan (fig. 10 b och fig. 11).

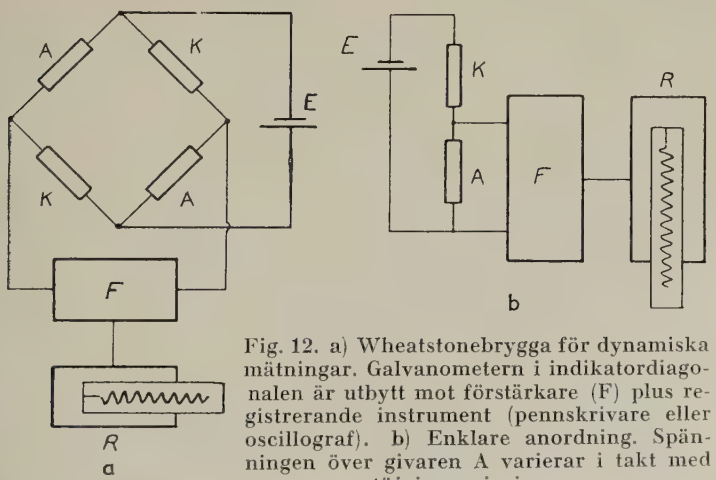


Fig. 12. a) Wheatstonebrygga för dynamiska mätningar. Galvanometern i indikatordiagonalen är utbytt mot förstärkare (F) plus registrerande instrument (pennskrivare eller oscillograf). b) Enklare anordning. Spänningen över givaren A varierar i takt med töjningen i givaren.

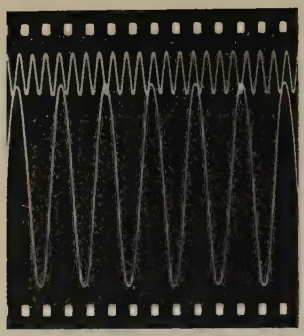


Fig. 13. Exempel på registrering på film vid dynamisk mätning. Svängningarnas frekvens och amplitud erhålles enkelt genom mätning på filmremsan, varefter mätobjektets (konstruktionens) påkänningsförhållanden kan bestämmas.

Fig. 14. Komplett utrustning för 24 mätpunkter och 6 mätkanaler. Varje mätkanal är konstruerad i princip enligt fig. 12 a.

När det gäller dynamiska mätningar kan bryggkopplingen enligt fig. 6 komma till användning, varvid den av töjningen uppkomna obalansspänningen i indikatordiagonalen tillföres en förstärkare (fig. 12 a). Till förstärkarens utgång är vanligen anslutet ett registrerande instrument, varigenom man får variationerna i töjningen på grund av t. ex. vibrationer i mätobjektet registrerade på en film- eller pappersremsa (fig. 13). Emellertid behöver man inte en hel bryggkoppling för dylika mätningar, utan man kan nöja sig med en potentiometerkoppling enligt fig. 12 b.

I fig. 14 visas en komplett utrustning för dynamiska mätningar. Utrustningen är sammanbyggd i ett stativ som enkelt kan inmonteras i bilar, båtar, järnvägsvagnar etc., så att mätningarna kan ske under konstruktionens normala arbetsförhållanden. Apparaturen innehåller sex mätbryggor med förstärkare enligt fig. 12 a och en omkopplare för anslutning av upp till 24 mätpunkter. Med omkopplaren väljes 6 mätpunkter åt gången för registrering.

I laboratoriet registreras mätförloppen normalt på katodstråloscillografer som försetts med kameratillsats. Men innan katodstråloscillograferna hade nått den fulländning, som de nu har, använde man alltid för registrering s. k. galvanometer- eller slingoscillografer. En sådan

består i sin enklaste form av en tråd, placerad i luftgapet till en magnet. När ström genomflyter tråden, påverkas denna av en mot strömstyrkan proportionell kraft, som förskjuter tråden i sidled. Medelst en lämplig belysningsanordning kastas en skugga av tråden på en film, och på så sätt får man trådens rörelser och därmed strömvariationerna registrerade. Denna beskrivning av slingoscillografen är mycket primitiv. Moderna konstruktioner medger mycket goda resultat i fråga om både precision och bildkvalitet. Emellertid erfordras relativt höga effekter på mätslingorna, och dessutom är man, eftersom det här är fråga om mekaniskt rörliga mätsystem, begränsad till förhållandevis låga frekvenser. I katodstråloscillografen sker registreringen utan mekaniskt rörliga delar, varför erforderliga styreffekter är små men frekvensområdet stort. Emellertid krävs höga elektrodspänningar, upp till flera tusen volt.

Katodstråloscillografen med registreringskamera tränger nu ut den äldre slingoscillografen från laboratoriet, men när det gäller fältförsök håller slingoscillografen ännu så länge sin position. Vid laboratoriemätningar kopplar man sålunda förstärkarna i t. ex. fig. 14 direkt till katodstråloscillograferna, och vid fältförsök är man tvungen att koppla in en kraftförstärkare (katodföljare) mellan förstärkarenheten och slingoscillografen.

Typiska mätningar med töjningsmätare

Töjningsmätningar kommer numera till användning inom praktiskt taget alla tekniska verksamhetsgrenar. Man torde utan vidare kunna påstå, att det i dag inte bygges ett enda flygplan eller en enda båt, järnvägsvagn, bil eller buss, överhuvud något transportmedel, utan att trådtöjningsmätningar, statiska eller dynamiska, förekommit i något stadium av konstruktionsarbetet.

Låt oss se på exempelvis flygplanindustrien. Vid konstruktion av flygplan utföres först töjningsmätningar på olika detaljkonstruktioner (vingar, landningsställ etc.). Därefter bygges i allmänhet flygplanet i en fullt skalenlig attrapp, som belastas med de krafter som beräknats uppträda i luften. I alla punkter av intresse klistrar man töjningsgivare, och såväl statiska som dynamiska mätningar utföres. Den slutliga dynamiska mätningen består oftast i ett s. k. fallprov (droptest); attrappen får falla fritt mot marken från några meters höjd, och de uppträdande påkänningarna registreras (fig. 15). Efter de synnerligen omfattande markproven vidtar de första flygproven. Härvid förses provflygplanet med töjningsgivare i alla vitala punkter, och ett mycket stort antal mätningar företas vid start, landning och under olika flygförhållanden. Efter flygproven följer utvärderingen

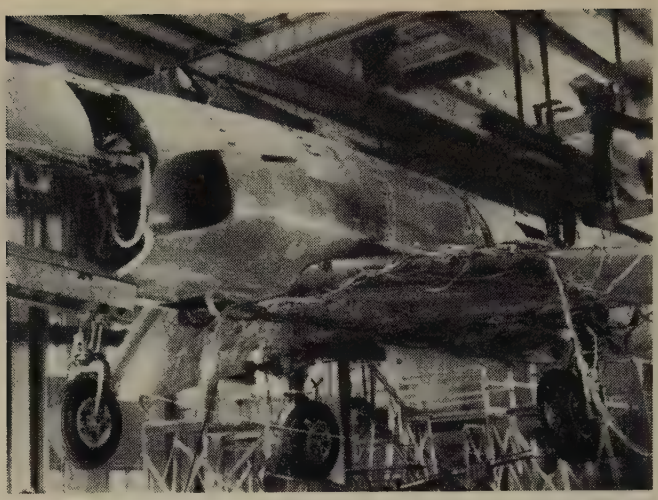


Fig. 15. Töjningsmätning på flygplan i fullskalemodell vid fallprov. Härvan av ledningar ger en föreställning om det stora antalet mätpunkter på vingar och landningsställ. Bilden är från SAAB och gäller flygplanet Lansen.

av mätresultaten; man kontrollerar de i praktiken uppträdande påkänningarna och jämför dem med de beräknade eller genom markproven erhållna. Utvärderingen kräver en enorm arbetsinsats, och det innebär därför ett stort steg framåt, att man på senare tid kunnat ta elektroniska räknemaskiner till hjälp i detta arbete.

Fig. 16 är en bild från Cement & Concrete Institute i London, där man i forskningsarbetet på betong utför töjningsmätningar med den statiska töjningsmätaren enligt fig. 11. Vid dessa mätningar registreras mätresultaten automatiskt på en s. k. koordinatskrivare, som är kopplad till töjningsmätaren. Skrivaren för successivt in mätvärdena, omräknade till procentuell töjning eller till påkänning, på diagrampapper; på detta kan man sålunda studera påkänningen utefter olika punkter på konstruktionen för en viss last eller också påkänningen i en viss punkt som funktion av lasten. Tack vare koordinatskrivaren föreligger mätresultatet i diagramform omedelbart sedan sista mätningen utförts, utvärderings- och beräkningsarbetet är reducerat till ett minimum, och de fel, som normalt uppstår vid mänsklig bearbetning av mätvärden, är helt eliminerade.

Utom för forsknings- och provningsarbeten användes töjningsmätare numera i allt större omfattning såsom rena driftsinstrument i olika industriella sammanhang. Som exempel kan nämnas vågar för automatisk vägning av lasten i kranar och traverser. Vägningen kan ske

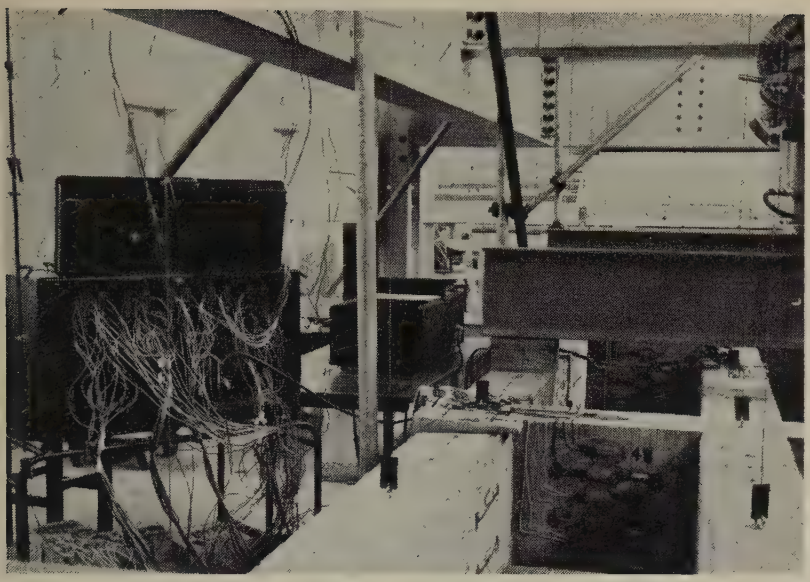


Fig. 16. Töjningsbryggan enligt fig. 11 (till vänster på bilden) använd för mätningar på betongkonstruktion. Givarna (synes vid numreringen) är väl inbakade i plast för att man skall undvika inverkan av fukt m. m. Apparaten i mitten är en koordinatskrivare.

antingen medelst s. k. dragcell, dvs. en i luftwiren inlänkad stålbit, på vilken töjningsgivare klistrats, eller på så sätt att givarna helt enkelt fästes i någon starkt belastad punkt på lyftkranens stativ. På liknande sätt nyttjas givare, direkt klistrade på stativet, på hydrauliska pressar för att antingen ge varningssignal, om påkänningarna skulle bli för stora, så att risk för brott föreligger, eller för att automatiskt ställa in det önskade presstrycket. Efter samma princip har man på senare tid gjort prov med töjningsindikatorer ombord på helsvetsade fartyg. Ett flertal olyckor har inträffat med sådana fartyg, och man räknar med att de pågående undersökningarna dels skall möjliggöra analys av påkänningsförhållandena på fartyg under gång och dels skall föra fram till en praktisk utrustning som automatiskt ger signal om påkänningarna i fartyget på grund av sjöhävningen skulle bli för stora.

Under allra senaste tiden har i Sverige konstruerats en direktvisande axeleffektmätare, baserad på töjningsgivare av torsionstyp (fig. 8 d). Med denna utrustning får man direkt på ett instrument, graderat i hästkrafter, den i t. ex. en propelleraxel ombord på ett

fartyg från motorn till propellern överförda effekten. Tidigare har man för sådana bestämningar varit hänvisad till mycket omständliga mätningar och beräkningar. Det nya instrumentet ger effektvärdet med betydligt större noggrannhet än som förut kunnat uppnås och utan att någon beräkning behöver utföras.

Ytterligare tillämpningar är accelerometrar och tryckmätare.

En accelerometer består i princip av en kropp med känd massa, placerad i änden av en fjäder, på vilken töjningsgivare är klistrade. Då apparaten utsättes för acceleration, uppstår en utböjning av fjädern och alltså töjning av givarna. Man kan rent teoretiskt beräkna den mot en viss acceleration svarande töjningen (resistansändringen) och således gradera det till givarna anslutna instrumentet direkt i acceleration (t. ex. antal *g*). Om man så vill, kan man före instrumentet inkoppla elektriska integrationskretsar, då instrumentet kommer att visa hastighet (en integration) eller tillryggalagd väg (två integrationer).

Tryckmätare består vanligen av membran med påklistrade töjningsgivare av spiraltyp (fig. 8 a). Sådana tryckgivare finns utförda för de mest skilda tryckförhållanden. Som exempel kan nämnas ett par extremfall. Man använder sådana tryckgivare, placerade i kateter som införes i människans hjärta, för att mäta blodets pulsationstryck, och man använder givare för flera tusen atmosfärer för mätning av förbränningstryck i ammunition.

Ekonomiska aspekter

Om man t. ex. ser på de omfattande mätningar som föregår den slutliga utformningen av ett flygplan, förstår man lätt den oerhörda ekonomiska betydelse som mättekniken har i det moderna livet. Det åvilar mättekniken och mätteknikern ett mycket stort ansvar.

På grundval av de genom mättekniken erhållna informationerna skall beslut fattas med konsekvenser som ofta är vittgående såväl ekonomiskt som allmänmänskligt (säkerhetsfaktorn!). Ett litet mätfel kan få katastrofala följder. Det är därför föga klokt att försöka spara in på själva mätutrustningen, i synnerhet som kostnaden för denna oftast utgör en liten del av de totala försökskostnaderna.

Referenser

1. Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis (SESA), Cambridge, Mass. 1942 ff.
2. Hetenyi, Handbook of Experimental Stress Analysis, New York 1950.
3. Dobie/Isaac, Electric Resistance Strain Gauges, London 1948.

Ny lärobok i matematik

för universitetens och högskolornas nybörjarstadium

Hyltén-Cavallius och Sandgren

MATEMATISK ANALYS

Omfattar den analys och algebra, som f.n. fordras för ett betyg i fil. kand.- och ämbetsexamen, men också partier, som går utöver denna kurs. Uppläggningen är sådan att boken utgör en fast grund för fortsatta studier. — Den starkare ställning, som funktionsläran under senare år fått på gymnasiet, gör att boken har intresse även för lärare. Vissa avsnitt, t.ex. kapitlet om maxima och minima och delar av kapitlet om derivator, har direkt anknytning till skolkursen.

Liksom i sin föregående bok PLAN GEOMETRI *har författarna framlagt stoffet i en klar och typografiskt överskådlig form. Boken innehåller 467 sidor och illustreras av 180 figurer. Till texten har fogats över 400 genomräknade exempel och c:a 600 övningsuppgifter, av vilka flertalet försetts med svar.*

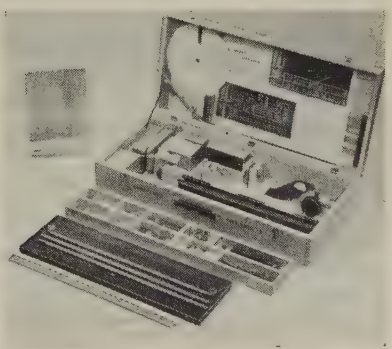
Bokens 15 kapitel har rubrikerna: 1. Induktion och kombinatorik. 2. De reella talen. 3. Absolutbelopp, medelvärden och olikheter. 4. De komplexa talen. 5. Några satser ur talteorin och algebran. 6. Funktionsbegreppet och de elementära funktionerna. 7. Gränsvärden. 8. Kontinuerliga funktioner. 9. Derivator. 10. Integraler. 11. Taylors formel med tillämpningar. 12. Oändliga serier. 13. Maxima och minima. 14. Undersökning av plana kurvor och andra tillämpningar av analysen. 15. Historik.

Matematisk analys rekvireras enklast direkt från

Lunds Studentkårs Intressebyrå,

Lund, och kostar då 41:50.

EXPERIMENTMATERIEL I OPTIK



Gumperts

SKOLMATERIEL

PARKGATAN 8 GÖTEBORG C

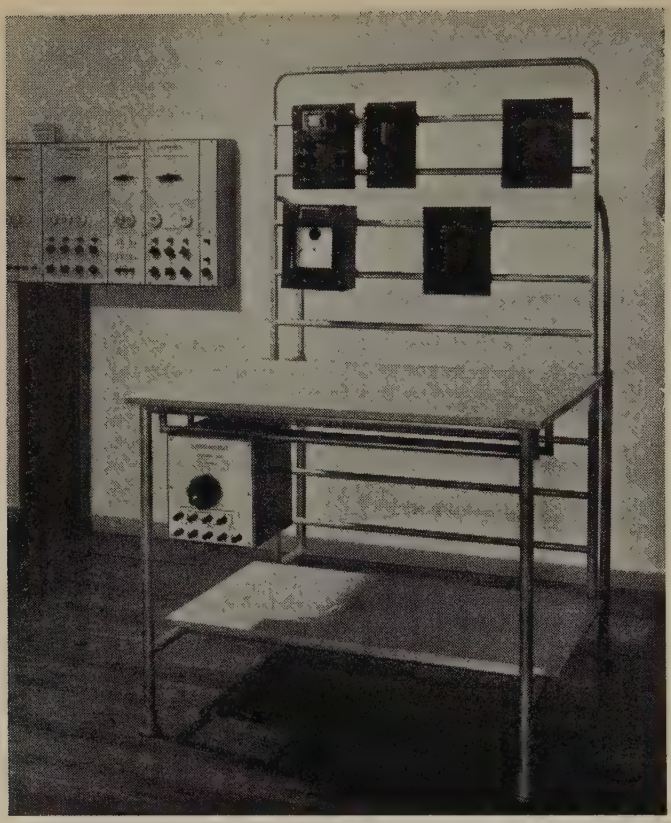
tel. 17 30 60

MALMÖ
Rundelsg. 23
tel. 108 00

STOCKHOLM
Drottningg. 79
tel. 20 99 18

FALUN
Sturegat. 43
tel. 7310

SUNDSVALL
Repslagareväg. 24
tel. 179 89



LABORATORIEBORD

För laboratorier, provrum osv., där man har behov av att snabbt, överskådligt och enkelt göra en uppkoppling har utvecklats ett laboratoriebord, som motsvarar höga anspråk i dessa avseenden.

Inom bekvämt räckhåll kan man på bordet hänga upp kontrollinstrument, strömbrytare, kontaktorer, reläer etc., och därigenom har man bordsytan fri för provobjekt, precisionsinstrument, protokoll m. m. Man får därför inom ett litet utrymme plats med en mångfald apparater och manöverorgan.

För upphängningen monteras apparaterna på t. ex. plattor av bakelit, som på baksidan försetts med krokar härför. Monteringen på plattor medför bl. a. även den fördelen, att extra uttag lätt kan anordnas.

Dessa bord användes på laboratorier vid bl. a. K. Tekniska Högskolan, Chalmers Tekniska Högskola, K. Vattenfallsstyrelsen samt Statens Provningsanstalt.

Vi levererar såväl bord som apparatkrok samt utför även montering av apparater för upphängning.

LINDSTRÖM & JOHNSON AB

Valhallavägen 50 Stockholm Va Tel. 30 13 12

Elektriska kopplings- och uttagssystem för laboratorier

Av tekn. lic. Torsten Lindström och lektor Anders Mårtensson, Stockholm

Allmänt

I de flesta laboratorier och speciellt i de elektrotekniska erfordras tillgång till lämpligt utformade och placerade uttagspunkter för lik- och växelspänningar, manöverledningar, signalledningar m. m. De vanligaste spänningarna, trefas 380/220 V, 50 Hz eller 3×220 V, 50 Hz och likspänning 2×220 V, finns oftast fast anslutna till uttagsställena, medan andra spänningsvärden och (i fråga om storlek och frekvens) reglerbara spänningar inkopplas över kopplingstavla eller växel. Det sistnämnda är lämpligt, eftersom reglering av en spänning praktiskt sett endast har intresse från en uttagspunkt åt gången. Att 3×220 V, 50 Hz angetts som vanligt alternativ till den i teknisk drift oftare förekommande 380/220 V beror på att spänningen 380 V, åtminstone i fråga om undervisningslaboratorier, är alltför farlig och därför inte bör vara allmänt åtkomlig.

En strängt principiell utformning av distributionen av laboratoriespänningar visar blockschemat i fig. 1. »Standardspänningarna» är fast fördelade till samtliga uttagstavlor, medan de mera speciella spänningarna eller förbindelserna inkopplas för varje särskilt fall till de olika uttagstavlorna. Varje förbindelse kan innebära en eller flera parallella ledningar med i sin tur olika ledartal. I figuren är vidare antydd möjligheten av parallellkoppling av tavlorna till de fasta standardspänningarna.

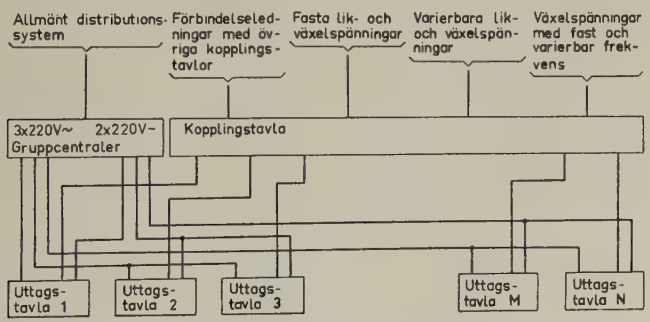


Fig. 1. Principiell distribution av spänningar i laboratorier.

Kopplingstavlan kan, som angetts i figuren, vara förbunden med andra kopplingstavlor. På detta sätt kan man dela upp större laboratoriebyggnader i mindre distributionsområden, vilka dock alla är förbundna med varandra. Samtliga matningsresurser kan utnyttjas, och i fullt utbyggt skick kan förbindelse upprättas mellan två uttagspunkter vilka som helst; detta förutsätter dock i regel samma märkströmsområde, dvs. dimensionering för samma högsta strömbelastning. Vid större anläggningar delar man dessutom upp distributionssystemet i underavdelningar med olika storlekar på märkströmmar. I sådant fall brukar uttagstavlorna utföras med alla eller vissa av dessa märkströmsområden alltefter varje laboratoriums behov.

De fasta lik- och växelspänningarna levereras av likriktare, ackumulatorbatterier och omformare resp. transformatorer och omformare, vilka ofta är försedda med regulatorer för konstanthållning av storlek och i förekommande fall av fasläge och frekvens.

Varierbara lik- och växelspänningar styres i ett fullt utvecklat system över manöverledningar från uttagspunkten och kan levereras av likriktare och omformare resp. av skjut- eller vridtransformatorer, omformare eller vanligast induktionsregulatorer. Med de sistnämnda kan också fasvridning åstadkommas.

Växelspänningar, som skall kunna regleras både till storlek och frekvens, erhålles lämpligast från omformare.

Kopplingstavlor

Beroende på antalet inkommande och utgående ledningar kan i huvudsak tre typer av kopplingstavlor användas. En av dessa typer brukar kallas korskopplingstavla. De två övriga är av snörväxeltyp.

Korskopplingstavlan (fig. 2) är utförd med två från varandra isolerade, korslagda skensystem. Om t. ex. förbindning av inkommande skena A och utgående skena c skall göras, inskruvas eller intryckes förbindande kopplingspinne, vilken vanligen är försedd med isolerat skaft. Kontakt mellan skenorna i korsningspunkten kan erhållas genom att pinnen och hålet är koniska, att pinnen är radiellt fjädrande eller genom direkt skruvkontakt. Metoden är enkel och driftsäker, men vid många kopplingsställen blir tavlans höjd och längd alltför stora.

Fig. 2. Korskopplingstavla. Principschema.

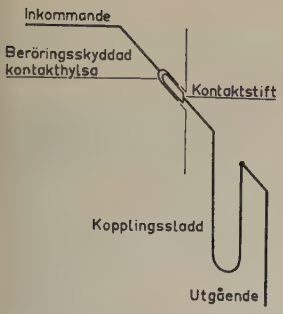


Fig. 3. Kopplingstavla av snörväxeltyp med utgående ledning fast ansluten till kopplingssladd.

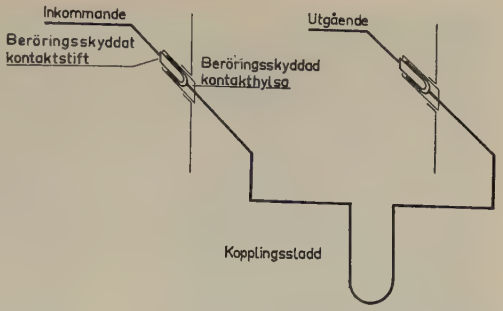


Fig. 4. Kopplingstavla av snörväxeltyp med fri kopplingssladd.

Den oftast enklaste formen av kopplingstavla är utförd enligt principskissen fig. 3. Varje uttagspunkt är i kopplingstavlan fast förbunden med en böjlig kopplingssladd, som genom kontaktstift i fria änden kan inkopplas till godtycklig inkommande lednings kontakthylsa. Om ingen spänning matas in till kopplingstavlan »bakvägen» från uttagspunkterna, kan dessa kontaktstift vara oskyddade och man kan använda normala stickproppar med ett, två eller flera stift. Skall två uttagspunkter förbindas, måste man använda sig av parallellkopplingsfält (fasta kopplingspunkter förbundna med varandra) som också i regel måste finnas för att en och samma inkommande ledning skall kunna anslutas till flera utgående ledningar. Materiel- och personrisk finns dock i detta fall därigenom att vid koppling de oskyddade stiften kan vara spänningssatta.

Ett helt universellt system visas i fig. 4, där in- och utgående ledningar är inkopplade på samma sätt i kopplingstavlan. Kopplingssladden har båda ändarna fria och kopplingsdonen är beröringsskyddade.

Fig. 5 visar en medelstor kopplingstavla, utförd enligt fig. 3. Utgående ledningar är 4-ledare, och man har använt normala stickproppar och infällda utlopp (egentligen avsedda för motoranslutningar). Kopplingstavlan är också använd som gruppcentral (övre vänstra fältet) för fasta spänningar till uttagstavlorna — därav benämningen grupptavla.[1]

Fig. 6 visar en större kopplingstavla, utförd enligt principen i fig. 4. Sladdarna är genom tyngder på liknande sätt som i en telefonsnörväxel hållna i sträckt kopplingsläge eller i nedsänkt läge.

[1] Av utrymmesskäl har bilderna i fig. 5—9 förminskats starkt vid klichéringen, varför märkningar och övriga texter inte framträder läsligt. Denna olägenhet har med hänsyn till uppsatsens karaktär av principdiskussion bedömts vara ringa.

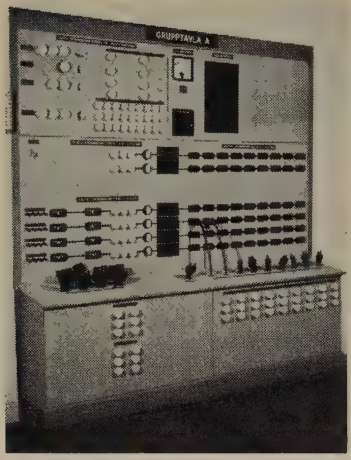


Fig. 5. Kopplingstavla med princip enl. fig. 3 uppbyggd av standarddetaljer. (Laboratoriet för elektrisk anläggningsteknik vid Högre tekniska läroverket i Stockholm.)

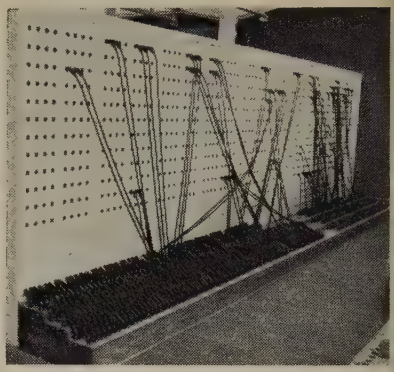


Fig. 6. Kopplingstavla med princip enl. fig. 4 med specialtillverkade beröringsskyddade kopplingsdon. (Elektromaskinlaboratoriet vid Kungl. tekniska högskolan i Stockholm.)

En jämförelse, som endast är aktuell vid stort antal in- och utgående ledningar, mellan utrymmesbehov för korskopplingstavla och snörväxeltavla ger följande riktpunkter. Om avståndet mellan korsande skenornas centrumlinjer är a, blir frontytan hos en korskopplingstavla, där man har m inkommande och n utgående ledningar,

$$A = a^2 m n$$

Om samma avstånd gäller mellan kontaktpunkterna i snörväxeltavlan — praktiskt måste ungefär samma mått användas — erhålles motsvarande frontyta

$$A = a^2 (m+n)$$

Till denna sista yta får dock läggas utrymme för parallellkopplingsfält. Vid korskopplingstavlor är parallellkopplingsmöjligheterna inneboende i systemet. En snörväxeltavla möjliggör dock sammankoppling av utgående ledningar, vilket icke är möjligt i korskopplingstavlan utan extra parallellkopplingsskenor.

Den närmaste delen av kopplingstavlan i fig. 6 har märkström 60 A, och kopplingsytan är $4 \times 1{,}3$ m². Horisontella avstånden mellan utloppen är 65 mm och vertikala 100 mm. En korskopplingstavla med 65 mm centrumavstånd mellan korsande skenorna ger en frontyta av

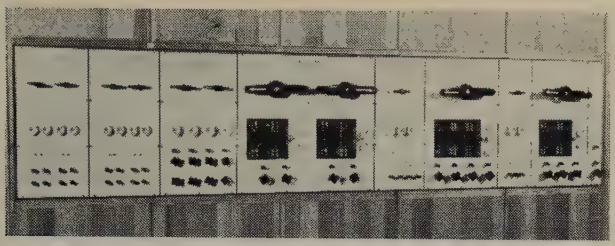


Fig. 7. Uttagstavla för fasta och valfria spänningar. Bredd 2510 mm, höjd 550 mm. Tavlans underkant befinner sig 1 m från golv. (Elektromaskinlaboratoriet vid Kungl. tekniska högskolan.)

6×23 m², vilket naturligtvis innebär en orimlig storlek. I andra fall och ur ekonomisk synpunkt kan ibland korskopplingstavlan vara gynnsammare än en av snörväxeltyp.

Uttagstavlor

Uttagstavlornas utformning belyses bäst av den mera avancerade konstruktion som visas i fig. 7. Längst till höger finns ett fält för skyddsjordning, som normalt icke får strömbelastas; jordade nolledare i växel och likströmssystemen kan genom belastning erhålla farlig potential. Nästa två fält har fast likspänning, i detta fall för 25 resp. 160 A. Sedan finns motsvarande märkströmmar för fast 3-fas växelspänning. De fyra fälten till vänster har uttagspunkter anslutna till kopplingstavla, över vilken valfri spänning kan inkopplas. Standardströmmarna är 15, 60 och 160 A, och de två fälten för 15 A är huvudsakligen avsedda för manöverledningar för styrning av de olika strömkällorna. Tavlan är uteslutande avsedd för starkströmslaboratorier. I svagströmslaboratorier är behovet av stora strömmar obetydligt, och där utrustas uttagstavlorna dessutom med uttag för signalledningar och fasta spänningar för glödström, anodspänningar o. dyl.

Fig. 8 är ett exempel på mindre uttagstavla med plåtfront och monterad med standarddetaljer.

Fig. 9 visar en uttagstavla i samband med en provbänk för elektriska maskiner. Här är fronten utfällbar för att vid vissa prov strömställarna bekvämare skall kunna användas för manöver.

Det är en synnerligen viktig förutsättning i laboratorier, elektriska såväl som andra, att nätet av uttagstavlor och kopplingstavlor möjliggör och underlättar uppsättning av prov och försök. Svårigheten är ibland att på projekteringsstadiet kunna förutsäga behov och använd-

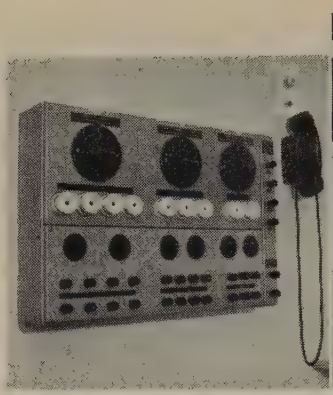


Fig. 8. Uttagstavla för mindre laboratorium. (För lärosal i Högre Tekniska Läroverket i Västerås.)

Fig. 9. Uttagstavla i kombination med provbänk för elektriska maskiner. (Elektromaskinlaboratoriet vid Högre tekniska läroverket i Stockholm.)

ning av antalet uttag och för vilka spänningar och strömmar dessa skall dimensioneras. En kombination av fasta och injackningsbara uttagstavlor kan därför många gånger bli optimalt fördelaktig såväl ur användningssynpunkt som ur ekonomisk synpunkt.

I sådana fall, där en anläggning innehåller flera laboratorier belägna relativt långt ifrån varandra och där utnyttjningen är liten, kan kostnaderna för ledningssystem och kopplingstavlor nedbringas genom att t. ex. endast fast växelspänning framdrages till laboratorierna. Uttagstavlorna inom varje laboratorium matas sedan över ett lokalt fördelningssystem. Med transportabelt växelspänningsanslutet aggregat matas uttagstavlorna via fördelningsledningarna med variabel lik- och växelspänning. Detta system har framförallt sin betydelse vid läroanstalter såsom realskolor, gymnasier m. fl., där det transportabla aggregatet dessutom kan användas vid demonstrationer och undervisning i lärosalar.

I en kommande uppsats ämnar författarna redogöra för pågående utrednings- och utvecklingsarbeten avseende system och komponenter, lämpliga för mindre undervisningslaboratorier.

Observationer i astronomi

avsedda för skolstadiet[1]

Av fil. lic. Nils Hansson, Lunds Observatorium

Ämnet astronomi i fysikkursen kommer lätt att få en något styvmoderlig behandling, och då speciellt observationerna, dels därför att läraren ofta inte gjort några egna sådana under sin utbildningstid vid universitetet, dels därför att läroböckerna i allmänhet inte ger någon systematisk anvisning om hur de bör bedrivas. Dessutom beror det kanske någon gång på att den tid som borde ägnats åt astronomiska observationer kan behöva användas till att taga igen någon del av den övriga fysikkursen, som genom tidsnöd blivit försummad.

Nedan beskrivna observationsserie är ej avsedd att lämna något speciellt nytt tillskott till den jämförelsevis lilla uppsättning av användbara observationsuppgifter som finnes för skolstadiet, utan snarare att tjäna som en sammanfattning av redan kända sådana, ordnade så, att de skall ge en något så när allsidig belysning av ämnet.

Jag är väl medveten om att det kan vara svårt att anordna astronomiska observationer i skolan, dels av schematekniska skäl, dels beroende på en nyckfull väderlek, men jag skulle tro att nedan skisserade observationsprogram går att i huvudsak genomföra vid de flesta läroverk.

Observationsprogram

Tids- och ortsbestämningar.	1) Bestämning av nord-sydlinjen, dels med kompass, dels med hjälp av klocka, sol och almanacka.
	2) Bestämning av ortens läge, då tiden, solens deklination och tidsekvationen är kända.
Solobservationer.	3) Observation av solfläckar genom projektion.
	4) Observation av solrotationen genom upprepning av föregående observation efter några dagar.
	5) Kalorimeterförsök för undersökning av värmestrålningen från solen.
Stjärnhimlen.	6) Genomgång av stjärnhimlen.
Daglig och årlig rörelse.	7) Observation av stjärnhimlens dagliga rörelse. Göres enklast samtidigt med genomgången av stjärnhimlen, varvid några kända stjärnors lägesförändring i förhållande till vissa riktpunkter studeras.

[1] Ur ett föredrag vid Föreningens i Lund för matematisk-naturvetenskaplig undervisning vårmöte i april 1956.

8) Fotografering av stjärnorna kring norra himmelspolen med stillastående kamera.
9) Observation av tiden för någon stjärnas meridianpassage vid två tillfällen med minst en veckas mellanrum. Årlig rörelse.

Månen och planeterna.

10) Inritning av månens och ev. någon planets rörelse bland stjärnorna. Denna observation kan lämnas ut som enskild uppgift till några intresserade elever, som sedan redogör för sina iakttagelser.
11) Undersökning av månens topografi i kikare vid halvmåne. (Ev. göres ritning.)

Några objekt lämpade för observation.

12 a) Med låg förstoring och relativt hög ljusstyrka.
χh Persei, öppen stjärnhop;
Orionnebulosan, gasnebulosa;
Andromedavintergatan, spiralvintergata.
12 b) Med högre förstoring, ca 100 gånger.
γ Andromeda, dubbelstjärna, orange och grön.
Herkuleshopen, klotformig stjärnhop.
Planeterna Jupiter och Saturnus.

Ortsobservationen (2) kan, om så är nödvändigt, fördelas på två laborationsavdelningar, så att den ena avdelningen utför observationerna före meridianpassagen, den andra efter.

Bestämningen av nord-sydlinjen (1) kan göras samtidigt med solfläcksobservationen (3), och solrotationen (4) kan erhållas genom jämförelse av resultaten från två laborationsavdelningar, som utfört sina observationer av solfläckar med en veckas mellanrum.

Observationerna av stjärnhimlen och dess dagliga rörelse (6 och 7) bör kombineras. Observation 9, årliga rörelsen, fås dels ur 7, dels kan andra halvan av denna observation utföras samtidigt med fotograferingen (8).

Här nedan skall lämnas en kort redogörelse för hur några av de i observationsprogrammet medtagna observationerna bör utföras.

1. Bestämning av nord-sydlinjen med hjälp av klocka och almanacka.

Observationen avser att med hjälp av ett lodsnöre och dess skugga, då solen står rakt i söder, bestämma nord-sydlinjen. Vi måste därför först räkna ut tiden för solens meridianpassage. Denna avviker från tolvslaget, dels beroende på tidsekvationen, dels beroende på ortens läge i förhållande till den meridian efter vilken tiden räknas,

dvs. tidsskillnaden. Om vi kallar passagetiden T_B, fås ekvationen

$$T_B = 12^t + \text{tidsekv.} + \text{tidsskillnad.}^1$$

Se Svenska almanackan om »Himlakropparnas kulmination».

Vi antaga nu:

1) Ortens läge känt enligt kartan. Härur beräknas tidsskillnaden (se svenska almanackan sid. 4).
2) Tidsekvationen känd, tages ur almanackan.
3) Klockans korrektion till svensk borgerlig tid känd från jämförelse med tidssignal.

Observationen tillgår enklast så, att en cirka 2 m lång grov lodlina hänges upp på lämpligt sätt och riktningen av linans skugga på marken markeras vid den beräknade tidpunkten för solens meridianpassage. Eventuellt utföres några markeringar symmetriskt på båda sidor om den beräknade tidpunkten. Man bör inte försumma att jämföra denna nord-sydlinje med vad en kompassnål, uppställd på samma ställe, visar och diskutera missvisningen.

2. Bestämning av en orts longitud och latitud, då tiden och tidsekvationen samt solens deklination är kända.

Observationen utföres med hjälp av gnomon (se fig. 1), på så sätt, att gnomonskuggans rörelse under cirka $^1/_2$ timme före och $^1/_2$ timme efter solens meridianpassage följes och inprickas vid kända tider, varpå man ur de så erhållna skugglängderna bestämmer solens högsta höjd (kulmination) samt tiden för kulminationen. Ur dessa värden bestämmes sedan latitud och longitud.

Före observationens början ställes klockan på rätt svensk borgerlig tid (eller på Greenwichtid) efter tidssignal. Gnomonplattan nivelleras, och ståndarens höjd mätes. Härvid bör observeras, att man måste använda ståndare av olika längd vid olika årstider, korta på vintern och längre på sommaren. Då injusteringen är klar, sätter man igång med inprickningen av skuggspetsens läge (kärnskuggans spets) och resp. tider noteras.

Då observationsserien avslutats, mätes avstånden (l) från gnomonpinnens centrum vid plattan till de utprickade märkena för skuggspetsens vandring. Dessa värden avsättes mot tiden som abskissa i ett diagram och sammanbindes (se fig. 2). Parallellt med tidsaxeln drages ett antal räta linjer (linjer för lika solhöjd), som skär kurvan. Resp. kordor delas mitt itu och linjen genom mittpunkterna drages ut, tills den skär kurvans minimipunkt. Av denna punkt fås nu dels kul-

[1] Det är att märka, att tecknet för tidsekvationen i Svenska Almanackan är motsatt vad som är brukligt i andra almanackor och årsböcker.

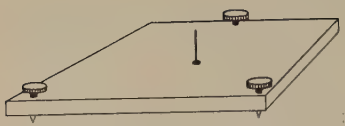


Fig. 1. Gnomon. Ståndaren kan utföras på olika sätt, bl. a. kan man använda en plåtskiva i form av en likbent triangel, som vikes längs höjden.[1]

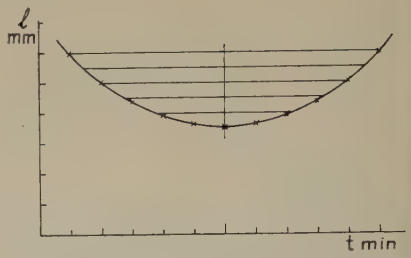


Fig. 2. Ur diagrammet erhålles tiden för solens meridianpassage och skugglängden (l) vid detta tillfälle.

minationstiden, dels skugglängden vid meridianpassagen. Ortens tidsskillnad fås på följande sätt.

Ortens medelsoltid T_{MS} kan skrivas:

$$T_{MS} = 12^{t} + \text{tidsekvationen}.$$

Om T_B är observerad tid, blir då

$$\text{tidsskillnaden} = T_B - T_{MS}.$$

Om tidsskillnaden blir positiv ligger orten väster om den meridian enligt vilken klockan var ställd, blir den negativ ligger orten öster om samma meridian.

Ortens polhöjd (φ) fås ur formeln

$$h = 90° - \varphi + \delta_{\odot} \qquad \text{(se fig. 3)}$$

där $\delta_{\odot}$ (solens deklination) fås ur almanackan och h, solens höjd över horisonten, ur skugglängden vid kulminationen och gnomonpinnens längd.

En intressant variant av solur som händiga och intresserade elever lätt kan framställa är den i fig. 4 visade anordningen. Det består av två parallella trä- eller metallskivor förenade med varandra genom en tredje skiva, så att avståndet mellan dem blir ca 20 cm. I den ena är borrat ett litet hål ($^1/_2$ mm diam.), på den andra utritas den kurva, som framställer solbildens läge klockan tolv varje dag under året. En förutsättning är naturligtvis, att apparaten monteras i meridianen och så att skivorna med hålet och kurvan står vinkelräta mot ekvatorsplanet. Kurvans form bestämmes av tidsekvationens variation och ger sambandet mellan denna och datum för observationen.

[1] Se även H. Stenmark, Några astronomiska arbetsuppgifter i skolan, Elementa *38* (1955), s. 171.

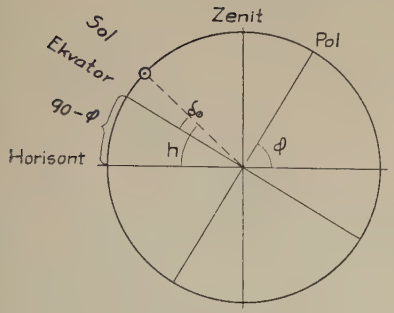


Fig. 3.

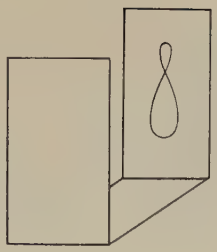


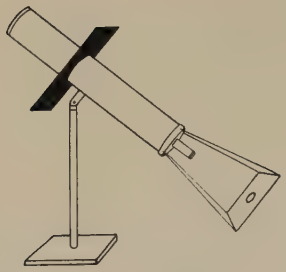
Fig. 4. Apparat för undersökning av tidsekvationen vid olika årstider. Den platta som i fig. är horisontell fixeras vid observation i ekvatorsplanet.

3—4. Observation av solfläckar genom projektion och observation av solrotationen.

Observationer av solytan kan vara riskabla för ögonen och göres därför bäst genom projektion. Om man har tillgång till en mindre astronomisk tub, går detta mycket enkelt att ordan (fig. 5). Kikaren bör ha ca 60 cm brännvidd och ca 6 cm öppning. Projektionsskärmen, som bör vara ca 25×25 cm² och vitmålad, fästes vid kikaren medelst tre eller fyra, 50 cm långa ben, vilka slutar vid en ring, som kan klämmas fast runt kikarrörets nedre del. Man bör dock se till att fokuseringsanordningen är fritt åtkomlig och rörlig. Någonstans på kikarröret fästes dessutom en svart skiva liksom en krage kring röret. Denna krage bör vara så stor att den helt avskärmar direkt solstrålning på projektionsskärmen. Sedan kikaren riktats mot solen, vilket lättast sker genom iakttagande av kikarrörets skugga på kragen, fokuseras solbilden på projektionsskärmen genom att okularet föres utåt från sin normala inställning, tills solbilden på skärmen blir tydlig.

Själva observationen av solfläckarna utföres dels som beskrivning av någon stor, enskild solfläck eller fläckgrupp, dels som lägesbestämning av samtliga vid tillfället synliga fläckar genom utritning av deras lägen på ett papper, som fästes vid projektionsskärmen och som i förväg försetts med en cirkel av samma storlek som den projicerade solbilden.

Om denna senare observation upprepas efter en knapp vecka, och de båda bilderna jämföres, ser man tydligt, att de inprickade fläckgrupperna förflyttat sig parallellt med det symmetriplan som markeras av fläckgrupperna (solekvatorn). Vid denna observation får man dock tänka på att antingen observera solen vid samma tid på dagen eller



Fg. 5. Anordning för projektion av solen.

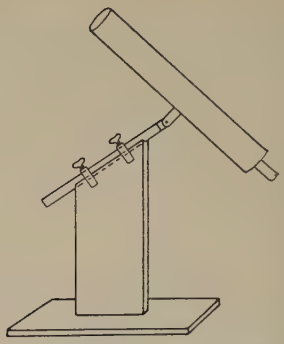


Fig. 6. Ekvatorial montering av vanlig azimutal kikaruppställning.

också montera kikaren ekvatoriellt. I annat fall fås en vridning av bilden och en falsk rotation orsakad av solens rörelse på himlen.

Man kan lätt ändra en i horisontalsystemet uppställd kikare till ekvatorialuppställd, genom att i något stabilt stativ, lämpligen en speciellt gjord järn eller träställning, fästa stativets ursprungligen lodräta axel så, att den bildar en vinkel mot horisontalplanet = ortens polhöjd (fig. 6). Dessutom måste man orientera hela uppställningen så, att det lodräta planet genom denna axel är riktat i nord-sydlig riktning. På detta sätt har stativets tidigare lodräta axel gjorts parallell med jordaxeln och tjänstgör nu som timaxel, under det att den axel kikarröret är fästat vid tjänstgör som deklinationsaxel.

5. Kalorimeterförsök för undersökning av värmestrålningen från solen.

Denna laboration avser inte någon egentlig bestämning av solarkonstanten utan har endast till uppgift att ge eleverna en antydan om vilken oerhörd värmekälla solen är. Det är därför inte fråga om att införa några korrektioner för atmosfärens absorption. Försöket bör utföras, då solen står högt på himlen.

Apparaten (fig. 7) kan enkelt framställas av en låg bleckburk t. ex. av den typ, som brukas för isoleringsband eller tape, diameter 8 cm, höjd 2 cm. Locket lödes fast, och på sidoytan borras ett hål, som tillslutes med en kork i vilken en termometer anbringas. Burken placeras i ett isolerande hölje, en vitmålad låda med ett cirkulärt hål, något mindre än bleckburkens bottenyta. Denna målas mattsvart. Med hjälp av en riktpinne kontrollerar man att solstrålarna under försöket träffar den svärtade ytan vinkelrätt; pinnen får ej kasta någon skugga på lådan.

Försöket utföres som ett vanligt kalorimeterförsök. Man börjar lämpligen med en vattentemperatur, som ligger ca 2 grader under

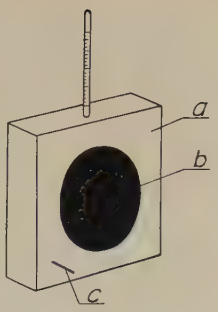


Fig. 7. Kalorimeter för mätning av solstrålningens intensitet. a) vitmålad låda av trä eller masonit. b) den svärtade kalorimeterbottnen. c) riktpinne, vinkelrät mot lådans framsida.

luftens temperatur, och bestämmer hur lång tid det tar för vattentemperaturen att stiga till ca 2 grader över lufttemperaturen. Vid observationens slut omskakas kalorimetern ett kort ögonblick, varefter temperaturen slutgiltigt avläses. Observationen kan även utföras så att en jämförelse göres mellan temperaturstegring förorsakad av solstrålning och motsvarande temperaturstegring förorsakad av elektrisk värmealstring, då kalorimetern hålles i skuggan. — Ur försöket beräknas strålningen uttryckt i cal/cm² · minut.

Beträffande observationerna 6 och 7, liksom 9, 10, 11 och 12 är inte så mycket att säga här. Det kan emellertid påpekas, att en utmärkt ledning för dessa kan erhållas ur Norton's Star Atlas.

8. Fotografering av stjärnorna kring norra himmelspolen med stillastående kamera.

Härvid användes en 9×12 kamera eller liknande, helst avsedd för plåtar. Kameran placeras på ett stabilt stativ, ställes på ∞ avstånd och inriktas mot norra himmelspolen. Kassetten laddas med någon högkänslig, gärna pankromatisk plåt, och insättes i kameran. Kassettlocket drages ut, slutaren öppnas och får förbli öppen under en timmes tid eller längre. Efter exponeringen framkallas plåten under 5 minuter vid fullständigt mörker i en framkallare med sammansättningen:

Vatten	1 liter	Hydrokinon	9 g
Metol	2 g	Soda (torr)	60 g
Natriumsulfit (torr)	100 g	Bromkalium	5 g

Efter framkallningen sköljes plåten en halv minut i vatten och fixeras under 10 minuter i: vatten (1 liter), natriumtiosulfat (300 g), kaliummetabisulfit (30 g). Efter fixering sköljes plåten 30 minuter i vatten, varefter den får torka vid rumstemperatur.

Den erhållna bilden är ju välbekant från läroböckerna i astronomi. Varför denna fotografering medtages här är därför att den är en intressant och nyttig övning för eleverna.

Några stora primtal

Av fil. lic. Hans Riesel, Stockholm

I junihäftet av Elementa 1955 redogjordes för hur författaren till denna notis med hjälp av den elektroniska räknemaskinen BESK kunnat bestämma några stora primtal.[1] Undersökningarna på BESK ha fortsatts ytterligare något, och det visade sig, att följande tal av formen $h \cdot 2^e - 1$ äro primtal:

h	e
5	270, 274
59	12, 16, 72
61	3, 5, 9, 13, 17, 19, 25, 39, 63, 67, 75, 119, 147
65	4, 6, 12, 22, 28, 52, 78, 94
67	5, 9, 21, 45, 65, 77
71	2, 14
73	7, 11, 19, 71, 79, 131
77	2, 4, 14, 26, 58, 60, 64, 100, 122

För $h=5$ undersöktes alla exponenter mellan 250 och 413, utan att andra än de två i tabellen angivna primtalen hittades. För de övriga angivna h-värdena undersökte författaren alla $e \leq 150$. Då BESK-körningarna ej upprepades, och då en eventuell felaktighet hos maskinen med mycket stor sannolikhet leder till att det undersökta talet anges vara sammansatt, kan det emellertid tänkas, att ytterligare primtal finnas i det genomsökta området.

Några frågor, som man gärna ställer i detta sammanhang, äro följande: Innehåller följden av tal $N=h \cdot 2^e-1$, då e varierar, oändligt många primtal? Innehåller följden överhuvudtaget primtal för varje värde på h? Såvitt förf. har sig bekant, kan man för närvarande inte avgöra mycket om den första frågan. Man har inte lyckats bevisa t. ex. att det skulle existera ett h-värde, för vilket följden av tal N innehåller oändligt många primtal. Beträffande den andra frågan skall följande sats bevisas:

Sats: Det finns oändligt många värden på h för vilka talen $N=h \cdot 2^e-1$ ($e=0, 1, 2, 3, \ldots$) alla äro sammansatta.

Beviset sker enklast på följande sätt genom några exempel.

Om d är det minsta positiva tal, för vilket $2^d \equiv 1 \pmod{p}$, där p är ett udda primtal, säger man att 2 hör till exponenten d (mod p). Det är klart, att detta inträffar för just de primtal p, som äro faktorer i 2^d-1 utan att vara faktorer i något av talen 2^s-1, där s är en äkta positiv divisor i d. Exempel: $d=24$ ger $2^{24}-1=3\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 13\cdot 17\cdot 241$. Vidare är $2^2-1=3$, $2^3-1=7$, $2^4-1=3\cdot 5$, $2^6-1=3\cdot 3\cdot 7$, $2^8-1=3\cdot 5\cdot 17$ och $2^{12}-1=3\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 13$. Alltså hör 2 till exponenten 24 (mod 241).

Betrakta vi nu talen $N=h\cdot 2^e-1 \pmod{p}$, där e varierar, p är ett udda primtal och $h \not\equiv 0 \pmod{p}$, är det tydligt, att dessa tal tillhöra exakt d olika restklasser (mod p), om d är den exponent till vilken 2 hör (mod p). Dessa d restklasser upprepas periodiskt, när e genomlöper alla naturliga tal. Genom lämpligt val av h kunna vi åstadkomma att en av dessa restklasser blir $=0 \pmod{p}$. Vi kunna alltså välja h så att precis vart d:te av talen N blir delbart med p; vidare kunna vi fastlägga den lägsta exponent e, $0 \leqq e < d$, för vilken talet $N=h\cdot 2^e-1$ blir $\equiv 0 \pmod{p}$. Detta kan användas för att finna h-värden för vilka talet N är sammansatt för varje värde på e.

De s.k. Fermatska talen t_n definieras av relationen $t_n=2^{2^n}+1$. Tydligen gäller, att $2^{2^n} \equiv -1 \pmod{t_n}$. Om p är en godtycklig primfaktor i t_n, gäller även $2^{2^n} \equiv -1 \pmod{p}$, och $2^d=2^{2n+1} \equiv 1 \pmod{p}$. Då det på grund av den första kongruensen är uteslutet, att $2^s \equiv 1 \pmod{p}$, om s är en äkta divisor i d, ser man att 2 hör till exponenten $2^{n+1} \pmod{p}$. Vidare äro som bekant talen $2^1+1=3$, $2^2+1=5$, $2^4+1=17$, $2^8+1=257$ och $2^{16}+1=65\,537$ primtal, medan $2^{32}+1=641\cdot 6\,700\,417$.

Man finner alltså att

$2^2 \equiv 1 \pmod{3}$;
$N \equiv 0 \pmod{3}$ för $e=1+2k$ om $h\cdot 2^1 \equiv 1 \pmod{3}$

$2^4 \equiv 1 \pmod{5}$;
$N \equiv 0 \pmod{5}$ för $e=2+2^2k$ om $h\cdot 2^2 \equiv 1 \pmod{5}$

$2^8 \equiv 1 \pmod{17}$;
$N \equiv 0 \pmod{17}$ för $e=2^2+2^3k$ om $h\cdot 2^4 \equiv 1 \pmod{17}$

$2^{16} \equiv 1 \pmod{257}$;
$N \equiv 0 \pmod{257}$ för $e=2^3+2^4k$ om $h\cdot 2^8 \equiv 1 \pmod{257}$

$2^{32} \equiv 1 \pmod{65537}$;
$N \equiv 0 \pmod{65537}$ för $e=2^4+2^5k$ om $h\cdot 2^{16} \equiv 1 \pmod{65537}$

$2^{64} \equiv 1 \pmod{641}$;
$N \equiv 0 \pmod{641}$ för $e=2^5+2^6k$ om $h\cdot 2^{32} \equiv 1 \pmod{641}$

$2^{64} \equiv 1 \pmod{6700417}$;
$N \equiv 0 \pmod{6700417}$ för $e=2^6k$ om $h\cdot 2^{64} \equiv 1 \pmod{6700417}$

Löser man de uppskrivna kongruenserna för h, finner man ett h-värde (mod $2^{64}-1$). För alla dessa värden på h innehåller alltså talet N en känd primfaktor för de e-värden, som angivits ovan. Men det sätt på vilket dessa e-värden utvalts, gör att alla naturliga tal äro medtagna, varför man alltså finner: Om h satisfierar de uppskrivna kongruenserna, är talet N alltid delbart med exakt ett av primtalen 3, 5, 17, 257, 65 537, 641 eller 6 700 417. Att upplösa kongruenserna är mycket lätt; man ser genast, att de 6 första kongruenserna ha lösningen $h \equiv -1 \pmod{641\,(2^{32}-1)}$, medan den sjunde kongruensen kan förenklas till $h \equiv 1 \pmod{6700417}$.

Dessa båda kongruenser ge $h \equiv 2\,935\,363\,327\,246\,958\,234 \pmod{2^{64}-1}$. Då det minsta positiva värdet på h, som satisfierar denna kongruens, är större än de använda primfaktorerna, är det tydligt, att talen N alla äro sammansatta för dessa h-värden.

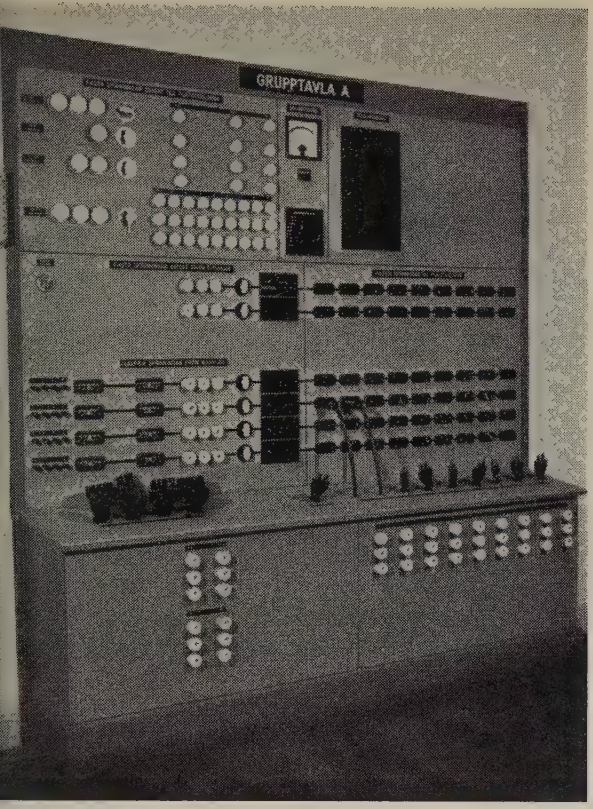
Ett annat exempel, som arbetar med restklasserna (mod 24) och som leder till ett mindre värde på h, är följande:

$2^2 \equiv 1 \pmod 3$;	$N \equiv 0 \pmod 3$	för	$e = 2k$	om $h \cdot 2^0 \equiv 1 \pmod 3$
$2^4 \equiv 1 \pmod 5$;	» $\pmod 5$	»	$= 1+4k$	» $h \cdot 2^1 \equiv 1 \pmod 5$
$2^3 \equiv 1 \pmod 7$;	» $\pmod 7$	»	$= 2+3k$	» $h \cdot 2^2 \equiv 1 \pmod 7$
$2^{12} \equiv 1 \pmod{13}$;	» $\pmod{13}$	»	$= 7+12k$	» $h \cdot 2^7 \equiv 1 \pmod{13}$
$2^8 \equiv 1 \pmod{17}$;	» $\pmod{17}$	»	$= 7+8k$	» $h \cdot 2^7 \equiv 1 \pmod{17}$
$2^{24} \equiv 1 \pmod{241}$;	» $\pmod{241}$	»	$= 3+24k$	» $h \cdot 2^3 \equiv 1 \pmod{241}$

Man kontrollerar lätt, att de olika e-värdena ha valts, så att samtliga restklasser (mod 24) ha blivit representerade. Upplöser man de 6 kongruenserna för h, finner man, att $h \equiv 509203 \pmod{5592405}$. Då 509203 är större än de aktuella primfaktorerna 3, 5, 7, 13, 17 och 241, har man alltså ännu ett exempel på h-värden, för vilka talen $N = h \cdot 2^e - 1$ alla äro sammansatta.

Givetvis kan man göra valet av de olika e-värdena i exemplen på många olika sätt, och man kan även arbeta med andra sviter av primtal än de här använda.

[1] H. Riesel, Elementa, 38 (1955), s. 91.
H. Riesel, Arkiv för matematik, 3 (1955), s. 245—253.



Kopplingstavla

STRÖMFÖRSÖRJNINGS-
UTRUSTNINGAR

för laboratorier, provrum, lärosalar etc.

Projektering

Leverans

LINDSTRÖM & JOHNSON AB

Valhallavägen 50 Stockholm Va Tel. 30 13 12

OPTIK för GYMNASIET

Med hjälp av några få kompletteringsdetaljer kan Norstedts välkända experimentsats i optik nu användas även för de försök som kommer i fråga vid gymnasieundervisningen. Materielen är lätt att handskas med, oöm samt enkel att ställa i ordning. Lågt pris.

NORSTEDTS SKOLAVDELNING

Stockholm	Göteborg	Malmö	Linköping	Luleå
Lilla Nygatan 13	Parkgatan 19	Hamngatan 4	Klostergatan 26	Tullgatan 16
tel. 23 29 70	tel. 13 92 93	tel. 97 70 90	tel. 487 20	tel. 134 10

Om treghetskrefter

Av lektor O. Lindstad, Oslo

I tidsskriftet Fra Fysikkens Verden (1944, hefte 2) har dosent Ådne Ore kritisert skolens undervisning når det gjelder behandling av treghetskrefter, og han hadde nok dessverre atskillig rett i sin kritikk. Artikkelen hadde som overskrift »En utbredt forvirring i mekanikken og årsaker til den». Det er meget verdifult at Elementa har tatt disse spörsmål opp til debatt, först med lektor Martin Sjöströms artikkel i september-heftet 1954, siden med lektor Torbjörn Ljunggrens artikkel i desember-heftet 1955, og jeg vil også gjerne få lov å komme med et lite innlegg i diskusjonen.

Så lenge en har med bevegelsen av et enkelt materielt punkt å gjöre er saken enkel, men det er ved utstrakte legemers bevegelse vanskelighetene begynner, og her kan det hende at det undertiden blir »a missing link» i undervisningen.

De fleste elever går nok uten videre ut fra at de ytre krefter på legemet (tyngden iberegnet) og treghetskreftene holder hverandre i likevekt, at de danner en nullgruppe, som en sier. De overser så lett de indre krefter i legemet. Dette er kanskje en av de komplikasjoner lektor Ljunggren sikter til i sin artikkel. Denne vanskelighet er imidlertid så liten at den lett kan overvinnes, f. eks. på denne måten: På fig. 1 er det et legeme som er angrepet av en del ytre krefter, A, B osv. og tyngdekreftene, som har en resultant P. En vilkårlig partikkel med masse m er angrepet av krefter som skriver seg fra nabopartikler, dessuten av sin tyngde (og kanskje også av en av kreftene A, B osv.). Disse krefter gir partikkelen en akselerasjon a, og den tilsvarende treghetskraft er F. Alle kreftene som virker på partikkelen m (F iberegnet) danner en nullgruppe. Tilsvarende med alle andre partikler i legemet. Kreftene på samtlige partikler, dvs. hele legemet, kan vi dele i tre grupper. 1) De ytre krefter på legemet, A, B osv. og tyngden P. 2) Treghetskreftene F_1, F_2 osv. 3) De krefter som virker mellom nabopartikler, trykk eller strekk. Disse er indre krefter i legemet. Og alle tre grupper danner

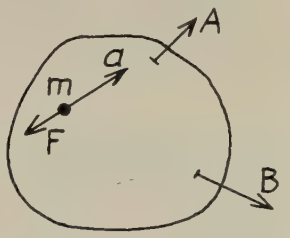


Fig. 1.

tilsammen en nullgruppe. Nr. 3 består av krefter som parvis opphever hverande (aksjon er lik reaksjon). Altså må gruppe 1 og 2 tilsammen danne en nullgruppe. Vi har altså: *De ytre krefter på legemet og treghetskreftene holder hverandre i likevekt.*

Når de uendelig mange treghetskrefter skal settes sammen, bör en i skolen bare ta det enkleste tilfelle, at de er ekvivalente med en enkelt vektor, en resultant.

Som lektor Ljunggren bemerker, har elever ofte en viss umiddelbar følelse av at tyngdepunktet spiller en rolle i slike oppgaver, men, som han sier, man kan i skolen ikke bygge på en slik intuisjon. Deretter følger en utledning som viser at vektorsummen av treghetskreftene er lik den treghetskraft man ville få hvis all masse tenktes konsentrert i tyngdepunktet.

Den metode Lj. benytter har han neppe tenkt seg som brukbar for elever i skolen, men heller for lesere av Elementa. Saken kan dog fremstilles nokså enkelt, f. eks. på følgende måte: På fig. 2 tenker vi oss at et legeme dreier seg med konstant vinkelhastighet ω om en akse A (normal på papirets plan). På en partikkel m er treghetskraften

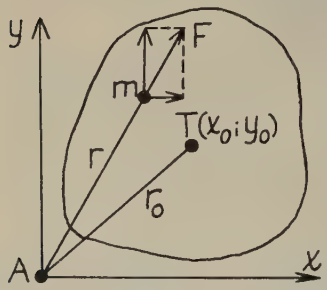


Fig. 2.

$$F = mr\omega^2 \qquad (1)$$

F's komponent langs x-aksen er $F_x = F \cdot x/r = mx\omega^2$ og komponenten av vektorsummen S er

$$S_x = \omega^2 \Sigma mx = \omega^2 M x_0$$

hvor x_0 er abscissen for tyngdepunktet T. På tilsvarende måte for S_y, og vi får

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = \omega^2 M r_0 \qquad (2)$$

Hvis treghetskreftene har en resultant, viser formel (2) bare dens størrelse, derimot ikke dens retningslinje. Den sier ikke noe om resultanten går gjennom eller utenfor tyngdepunktet (som L. pointerer).

I sin artikkel gjennomgår lektor Ljunggren en oppgave hvor legemet har en slik form at treghetskreftene har en resultant som går gjennom tyngdepunktet og tilföyer i den forbindelse: Årsaken til at resultatet kan nåes så enkelt her er vel kort sagt den at det betraktede legeme har en symmetriakse, som er parallell med resultanten av treghetskreftene.

Denne betingelse er imidlertid ikke helt nödvendig, noe som vi lett kan innse ved å betrakte fig. 3, hvor legemet ikke har noen symmetriakse. Gjennom tyngdepunktet T er trukket en rett linje B parallell med aksen A. Vi tenker oss at legemet har to symmetriplan som begge går gjennom B og som står normalt på hverandre. Det ene plan går gjennom aksen A (faller altså i papirets plan på fig. 3). Vi tenker oss at legemet deles opp i skive-elementer, som vist på figuren, og på grunn av symmetrien ligger tyngdepunktet t for hver skive i linjen B. Resultanten F av treghetskreftene for hvert enkelt skive-element går gjennom dets tyngdepunkt t. Da alle tyngdepunktene t ligger på en rett linje, er kreftene F parallelle. Kalles massen av en skive m, får vi av formel (2)

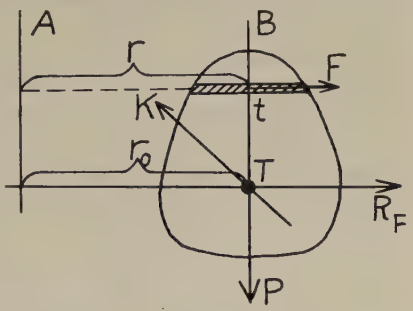


Fig. 3.

$$F=\omega^2 mr=\omega^2 mr_0 \qquad (3)$$

F er altså proporsjonal med elementets masse m (da avstanden r er felles for alle tyngdepunktene t). Da kreftene F er både parallelle og proporsjonale med massen, må deres resultant R_F gå gennom legemets tyngdepunkt T og resultanten er

$$R_F=\omega^2 Mr_0 \text{ eller } R_F=\frac{Mv_0^2}{r_0} \qquad (4)$$

der v_0 er tyngdepunktets hastighet.

Bruker vi så den vanlige statiske betraktning, sier vi at legemet er i likevekt, og følgende krefter danner en nullgruppe: Tyngden P, treghetskraften R_F og andre krefter som virker på legemet, f. eks. trykk fra underlaget. Resultanten av disse trykkrefter må gå gjennom skjæringspunktet for P og R_F, dvs. gjennom tyngdepunktet T. Med denne betraktning skulle en ha grunnlag for å gi seg i kast med den kjente oppgave om vognen som er på nippet til å velte i en sving. På fig. 3 betyr da K trykket fra underlaget på ytre hjul. Velger vi en momentakse der de ytre hjulene berörer bakken, får vi en ligning mellom P og R_F, dvs. en ligning som inneholder tyngdepunktets hastighet v_0 og dets avstand r_0 til svingens sentrum.

I tilknytning til lektor Sjöströms og lektor Ljunggrens artikler er det naturlig å stille seg dette spörsmål: Kan vi på skolen klare å löse de nevnte oppgaver ved kinetisk betraktning, altså uten å

tenke på treghetskrefter? Når det gjelder utstrakte legemers bevegelse, må vi, som bekjent, ty til to grunnleggende setninger.

1) Den såkalte tyngdepunktslov eller setningen om tyngdepunktets (egentlig massemiddelpunktets) akselerasjon: Er M legemets masse og S vektorsummen for de ytre krefter, får tyngdepunktet en akselerasjon, som er $a_0 = S/M$.

2) Setningen om legemets relative bevegelse »om tyngdepunktet», som en sier, dvs. den bevegelse som er referert til et koordinatsystem med origo i tyngdepunktet og med faste akseretninger. Og setningen sier at den relative bevegelse arter seg slik som den ville blitt hvis tyngdepunktet hadde ligget i ro.

Ved hjelp av disse setninger kan vi nok löse de oppgaver som er nevnt i de to artikler. Men for det förste må en gå langt ut over det pensum som lærebökene gjör rede for. For det annet er tankegangen vanskeligere for eleverne. Konsekvensen er da den samme som lektor Sjöström er kommet fram til og pointerer i sin artikkel: Hvis disse og lignende oppgaver skal kunne brukes i skolen, bör de löses som statiske. Derimot kan jeg ikke innse at det skulle være noen spesiell fordel i å bruke treghetskrefter ved et materielt punkts bevegelse, som f. eks. den matematiske pendel. Når det ikke er nödvendig, bör ikke den kinetiske betraktning trenges helt i bakgrunnen.

Til slutt vil jeg få lov å understreke avslutningen i lektor Ljunggrens innlegg, hvor han advarer mot oppgaver som ikke har det tilstrekkelige grunnlag, en appell som kanske også kan ha sin berettigelse på andre områder av fysikken i skolen.

Notiser

Framställning av vätgas ur vattenånga och järnpulver

Följande variant av det rubricerade, klassiska försöket har vi sedan flera år använt vid Katedralskolan i Lund.

En tuss asbestull doppas i vatten, och det mesta vattnet kramas ur. Därefter skjutes den ner till bottnen av ett svårsmält provrör. Det så erhållna asbestskiktets höjd kan lämpligen vara ca 2 cm. Man putsar sedan litet stålull med sandpapper och lägger ovanför asbesten i röret ett ungefär 3 cm högt lager av denna ull. Slutligen häller man finfördelat järnpulver (ferrum reductum) på en annan asbesttuss och bearbetar denna så, att pulvret fördelas likformigt på asbesttrådarna,

varefter tussen packas *löst* över stålullen. (Skikttjocklek ungefär 2 cm.) Röret förses så med kork och gasavledningsrör och placeras nästan vågrätt i ett stativ. Kristallisationsskål med vatten och ett rätt kort och vitt provrör för gasuppsamling anordnas på allbekant sätt.

För försökets genomförande behöver man sedan två bunsenlågor. Med den ena värmer man järnpulvret i det övre asbestskiktet inte alltför kraftigt. (I tekniken arbetar man vid ca 700° C.) När en hel del av luften i röret utdrivits, minskar man lågans storlek betydligt, men låter brännaren stå kvar. Därpå värmer man med den andra lågan det vattendränkta nedersta asbestskiktet försiktigt under upprepade, korta perioder. För varje gång sker då en markant ökning av antalet bubblor, som lämnar gasavledningsröret. Efter en stund uppsamlas den så frigjorda vätgasen och prövas genom antändning vid en av bunsenlågorna.

Genom det beskrivna förfaringssättet får man en jämn, långsam ström av vattenånga av lämplig temperatur att passera över det på asbesttrådarna fördelade reduktionsmedlet. Reaktionen går då glatt. Metoden har visat sig mycket tillförlitlig och föga arbetskrävande. Den har t. o. m. använts vid laborationsövningar. Antalet misslyckade försök har varit försvinnande litet. Det enda riskmomentet tycks vara att packa det övre asbestskiktet för hårt.

Gustaf Thölin och *Birger Adell*

En användning av rakblad vid kemiska försök

Vid genomgången av permanganattitrering utgör rakbladet ett mycket lämpligt undersökningsobjekt; det väger lagom mycket och framför allt, det löser sig tack vare sin stora yta mycket snabbt i lindrigt uppvärmd utspädd svavelsyra. Ett gilletteblad har den sympatiska vikten av 0,55—0,57=1/100 g-atom järn, de svenska rakbladen väger ungefär 0,1 g mer. Det betyder att bladet vid en tjocklek av 0,1 mm (ett värde som tycks gälla alla blad även de s. k. extra tunna) har en sammanlagd yta av $2 \cdot 7{,}2$ cm$^2 \approx 14$ cm^2. Det gör att bladet löser sig i varm 2 M svavelsyra på 5—6 minuter. Samma viktsmängd 1 mm tråd har en yta av 2,9 cm^2, och det tar minst 30 minuter att lösa den.

Rakbladen är dels av legerat stål, »rostfria», t. ex. Matador och Swing, dels av kolstål, t. ex. Gillette och National. Man skulle tro att blad med samma namn, masstillverkade som de är, skulle ha noga samma vikt, men det är visst ej fallet. Fem blåa gilletteblad ur samma förpackning vägde exempelvis 0,5732, 0,5647, 0,5739, 0,5643, 0,5709 g, i medeltal 0,5694 g. Fem bruna, »thin», gilletteblad ur samma bunt vägde 0,5451, 0,5575, 0,5522, 0,5552, 0,5553 g, i medeltal 0,5531 g. Ännu större avvikelser visade Swing; även matadorbladen har olika vikt.

Gillettebladen är antingen blå- eller gullackerade men mycket tunt; det »rostskyddade» National (av kolstål) har ett i jämförelse därmed ganska tjockt färgöverdrag. Matador- och swingbladen har endast svarta och mycket tunna textord på en som det förefaller ren stålyta. Gillettebladen har dessutom på den ena sidan i de fyra hörnen små fläckar av en vaxlik klibbig materia, som förmodligen skall hålla fast det inre omslaget. Dessa fläckar måste avlägnas. t. ex. med litet bensin. Lackeringen avlägnas genom lindrig upphettning till svagast möjliga glödning. Efter denna behandling är ytan blank och stålgrå. Ett blått gilletteblad vägde med vaxet men ej lacket borttaget 0,5611 g, efter upphettning men ej till glödgning 0,5608 g, efter svag glödgning 0,5613 g. I jämförelse med övriga försöksfel torde den ytliga oxidation som ligger bakom den lilla viktökningen inte spela någon roll. Den svarta texten på de svenska rostfria bladen kan avlägsnas genom försiktig uppvärmning utan glödgning. Härvid äger ingen påvisbar viktsändring rum. Man kan därför använda dessa blad utan förbehandling.

Om alla blad av samma fabrikat vore lika tunga, kunde man låta en elev väga 5 eller 10 st. på en enkel våg, men som det nu är, torde det inte kunna undvikas att läraren nödgas väga varje blad på analysväg. En lätt uppgift eftersom den i de flesta fall (utom det första) kan lösas genom en flyttning av ryttaren. Det vore således inte alldeles otänkbart att låta varje laborationsgrupp själv väga sitt blad.

Vid en laborationsövning gavs åt lärjungarna följande riktlinjer för uppgiften att bestämma järnhalten i ett färdigbehandlat och vägt rakblad.

1) Bladet lägges ned i en 200 ml erlenmeyerkolv och försättes med 25—30 ml 2 M svavelsyra. I kolvens mynning sättes en liten tratt.

2) Kolven uppvärmes på trådnät, tills en livlig gasutveckling just har börjat; nu släckes lågan, men kolven får stå kvar på nätet. En fortsatt upphettning med låga skulle ge en alltför livlig gasutveckling.

3) Efter avslutad upplösning flyttas tratten till en 100 ml mätkolv, varpå lösningen av ferrosulfat kvantitativt överföres i mätkolven. Även tratten spolas med litet vatten. Mätkolven fylles provisoriskt och nedsättes i kallt vatten för att lösningen skall svalna. När lösningen har antagit rumstemperatur, fylles med vatten till märket, lösningen omblandas, 25 ml uttagas med pipett och titreras med 0,1 N permanganat.

De svenska rakbladen ger vid upplösning i svavelsyra en av krom blåfärgad lösning, som emellertid inte stör titreringen. Den slutliga färgen blir då karmin men lika tydlig som den röda permanganatfärgen.

Om man vill undvika den lilla svårighet som består i att överföra lösningen i mätkolv och att uttaga en del därav med pipett, kan man ju titrera på hela lösningen men måste då använda en permanganatlösning av mera ovanlig koncentration, t. ex. 0,4 N. *G. Starck*

Karat och lödighet

Sedan gammalt har man i realskolan brukat behandla en del blandningsproblem, där guld- eller silverhalten angetts i karat eller lödighet. Enligt de senaste metodiska anvisningarna behöver dock sådana blandningstal ej längre genomgås.

Under den gångna sommaren utkom Kungl. Maj:ts förordning om kontroll å ädelmetallarbeten (SFS 1956: 328). Orden lod eller lödighet nämnes ej i förordningen, utan finhalten anges i tusendelar. Ordet karat förekommer endast i 19 § i samband med föreskrifter för finhaltsstämpel för guld och utan att vara definierat som $^1/_{24}$-del. Nämnda paragraf har följande lydelse:

»Finhaltsstämpel för guld skall innehålla bokstaven K (karat) jämte framförstående siffror. Följande stämplar äro medgivna:
23 K, utmärkande en finhalt av lägst 975 tusendelar,
20 K, utmärkande en finhalt av lägst 840 tusendelar samt
18 K, utmärkande en finhalt av lägst 750 tusendelar,
med ett remedium i varje fall av fem tusendelar.»

Som synes stämmer ej dessa definitioner överens med det gamla räknesättet. Om en guldlegering t. ex. innehåller $^{23}/_{24}$ guld, skall den nu märkas 20 K, ty $^{23}/_{24}=0{,}958$. Bestämmelserna i denna kungörelse talar således för att karatproblemen helt uteslutes ur skolans exempelsamlingar.

K. Mynt- och justeringsverket har tagit del av sakuppgifterna i denna notis. *J. Stark*

Gradualavhandlingar [1]

Kjell Bockasten, *Undersökningar över spektra av två och tre gånger joniserat kol.* Avhandlingen bygger på följande två uppsatser: »A study of C III by means of a sliding vacuum spark» (Arkiv för fysik *9*, 457—481, 1955) och »A study of C IV: Term values, series formulae, and Stark effect» (Arkiv för fysik *10*, 567—582, 1956). Disp. i Lund den 19 maj 1956. Opponenter: laborator Lennart Minnhagen, fil. lic. Karl Börje Eriksson och rektor Edvin Nilsson.

Sedan emulsioner med hög känslighet för röd och infraröd strålning framställts för ca 20 år sedan, har spektrogrammen av stjärnor av Wolf-Rayet-typ kunnat utsträckas till omkring 9000 Å. För identifiering av emissionslinjerna i dessa var det angeläget att få laboratoriemätningar i rött och infrarött av bl. a. kolets joniserade spektra.

Vid tidigare undersökningar av dessa spektra har som ljuskälla använts en gnista mellan grafitelektroder i vakuum med en överslags-

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

spänning av ca 50 kV. De höga momentana strömtätheterna i gnistan gjorde att vissa linjer blev breda och diffusa genom Starkeffekt. För den nu företagna undersökningen har en ljuskälla utformats, en s. k. glidande vakuumgnista, som medger en effektiv reglering av strömtätheten. Denna ljuskälla ger C III och C IV med större intensitet och mindre linjebreddning än den förut använda vakuumgnistan. Undersökningen utvidgades därför till att gälla hela det våglängdsområde, 2000—10 000 Å, som var tillgängligt i den använda spektrografen.

Med hjälp av de nya våglängdsmätningarna i C III har termvärdena kunnat beräknas med större noggrannhet än förut. Genom upptäckten av en interkombinationslinje har singulett- och triplettsystemen kunnat sammanknytas. Det visar sig därvid, att för elektrontillstånd med $l \geq 4$ överensstämmer termvärdena i de båda systemen. Till följd av kraftiga störningar mellan likartade termer tillhörande olika gränser är osäkerheten vid bestämningen av seriegränsen ca 10 cm^{-1}.

Ifråga om C IV, som är ett nära väteliknande spektrum och därför mycket känsligt för Starkeffekt, har en väsentlig del av analysen gått ut på att från de observerade, av jonfältet mer eller mindre förskjutna och breddade spektrallinjerna härleda det ostörda spektrum. Det är väsentligen i detta ostörda tillstånd som C IV uppträder i stjärnspektra. Genom beräkningar, grundade på teorin för Starkeffekt, har jonfältets genomsnittliga styrka kunnat uppskattas. De lägsta termerna i S-, P-, D- och F-serierna visar sig vara praktiskt taget ostörda. Med utgångspunkt från dessa termer kan det fullständiga termsystemet för C IV, sådant det skulle te sig utan störning av elektriska fält, beräknas med god noggrannhet. Alla de väteliknande termserierna i C IV har kunnat sammanfattas i en enda formel, grundad på teorin för atomens polarisation och innehållande två justerbara parametrar. Denna formel har prövats på väteliknande serier i andra en-elektronspektra och därvid visat sig kunna återge de observerade termvärdena i dessa inom mätfelen.

Tor Ragnar Gerholm, *Coincidence spectroscopy.* (Sammanfattning av fem arbeten.) Disp. vid Uppsala Universitet den 24 maj 1956. Opponenter: Dr Hendrik de Waard, Groningen och docent Ingmar Bergström.

Avhandlingen består av fem delar. I del I (Handbuch der Physik, *Vol. 33*, 609, (1956), lämnas en översikt över olika typer av betaspektrometrar. Vidare behandlas precisions-beta-spektroskopin, användningen av betaspektrometrar inom gamma-spektroskopin samt olika typer av koincidensspektrometrar.

I del II (Rev. Sci. Instr. 26, 1069, (1955)) beskrives en av författaren

konstruerad elektron-elektron koincidensspektrometer. Magnetiska linsspektrometrar användes för energiselektionen i bägge kanalerna.

I del III (Arkiv f. Fysik *11*, 55, (1956)) diskuteras, hur denna koincidensspektrometer kan användas för att studera komplicerade radioaktiva sönderfall, för att bestämma konversionskoefficienter och intensitetsförhållanden samt för att göra det möjligt att uppmäta livslängder för specifierade exciterade kärnnivåer. Instrumentet har använts för att studera sönderfallsschemata för isotoperna Pb^{200}, Pb^{205} och Tl^{200}. Dessa sönderfallsschemata har klarlagts i samarbete med Nobelinstitutet i Stockholm.

Del IV (Nuclear Physics, *1*, 286, (1956); tillsammans med H. de Waard) innehåller en redogörelse för en serie undersökningar över det första exciterade tillståndets livslängd i vissa kärnor med udda antal protoner. I samtliga de studerade fallen sker övergången till grundtillståndet helt eller delvis genom s. k. banimpulsmoment — förbjuden magnetisk dipol strålning ($\Delta l=2$, $\Delta s=1$). Livslängderna är omkring 10^{-9} sek. och har bestämts med tillhjälp av en helautomatisk koincidensapparatur med en upplösningstid av omkring två millimikrosekunder. Resultaten tycks stå i tämligen god överensstämmelse med vad man kan vänta sig utifrån skalmodellen, förutsatt att tillbörlig hänsyn tages till spin-ban-kopplingen.

I del V (Ark. f. Fysik *10*, 523, (1956)) slutligen, redovisas en serie undersökningar över annihilationen av positroner i fasta ämnen. Annihilationstiderna har uppmätts medelst ovannämnda koincidensapparatur. För aluminium, och ett antal andra metaller, erhölls $(2{,}5 \pm 0{,}3) \cdot 10^{-10}$ sek., under det att vissa amorfa organiska ämnen uppvisar ett komplex annihilationsförlopp med två olika livslängder. De observerade livslängderna är i överensstämmelse med vad man teoretiskt kan vänta sig enligt en modell, som föreslås i detta arbete. — Resultaten kan tolkas som ett stöd för antagandet att positronium (ett bundet elektron-positronsystem) bildas även i metaller före annihilationen. Frågan om positroniums existens i en miljö av ledningselektroner är av ett betydande teoretiskt intresse speciellt i samband med vissa frågeställningar inom de fasta kropparnas fysik.

Aina Elvius, *Diffraction and Polarization of Light by Interstellar Particles in Spiral Galaxies,* Uppsala 1956, sammanfattning av tre avhandlingar i Stockholms Observatoriums Annaler. Disp. i Stockholm den 18 maj 1956. Opponenter: docent Gunnar Larsson-Leander, och fil. mag. Per-Olof Lindblad.

Mellan stjärnorna i de spiralformade galaxerna befinna sig avsevärda mängder interstellär materia, vilken till en mindre del är kondenserad i moln av små fasta partiklar, som ha förmågan att ab-

sorbera ljuset från bakomliggande stjärnor, huvudsakligen därigenom att ljuset sprides över större rymdvinkel. — Det här refererade arbetet behandlar ur olika synpunkter de interstellära partiklarnas inverkan på ljuset från vissa spiralgalaxer.

Genom studier av ljusets färg- och intensitetsfördelning längs den skenbara lillaxeln i galaxer sedda nätsan helt från kanten och sådana sedda med intermediär lutning mot synlinjen kunde visas att ljusfördelningen i de senare galaxerna med största sannolikhet bäst förklaras genom antagandet att den oss närmaste sidan i dessa stjärnsystem synes ljusare än den bortre sidan på grund av att ljus från galaxens intensiva centralparti sprides mot interstellära partiklar i spiralstrukturen, varvid spridningsljuset är starkt koncentrerat nära det infallande ljusets fortplantningsriktning. — För en spiralgalax, NGC 4216, vars ekvatorsplan synes luta ungefär 8° mot synlinjen, gjordes detaljerade studier över spridningsljusets intensitet i olika färger som funktion av spridningsvinkeln. (Observationsmaterialet från de amerikanska 200″ och 60″ teleskopen.) De observerade spridningsdiagrammen jämfördes med teoretiskt härledda diagram, vilka svara mot de partikelstorlekar och tätheter, som observerats i vår omgivning i rymden. Överensstämmelsen var god.

Ljusets polarisation har även undersökts för några galaxer. Observationsmaterialet har insamlats av författaren med prof. Öhmans polarigraf monterad på Stockholms Observatoriums stora refraktor. I de båda galaxerna NGC 5055 och NGC 7331 upptäcktes »positiv» polarisation på objektets ljussvagare, rödare sida. Denna effekt synes ha samband med absorption av ljuset från stjärnor belägna bortom moln av avlånga partiklar och skulle då vara av samma slag som den interstellära polarisationen i Vintergatan (Hiltner-Hall effekten). I båda galaxerna synes det polariserade ljusets svängningsplan (el. vektorn) följa krökningen av en spiralarm, vilket tyder på att de avlånga partiklarna parallellorienteras i interstellära magnetfält, som följa spiralarmarna (teori av Davis-Greenstein). På den ljusare, blåare sidan av NGC 7331 har upptäckts en »negativ» polarisation (el. vektorn ung. vinkelrät mot spiralarmarna). Denna effekt kan tänkas uppkomma vid ljusspridning mot just sådana avlånga, parallellorienterade partiklar som de, vilka ge den ovan omtalade »positiva» effekten vid absorption. Det är alltså möjligt att ge en enhetlig förklaring till såväl de »positiva» som de »negativa» polarisationseffekter, som observerats i de båda spiralgalaxerna. Denna förklaring ger ett starkt stöd åt de slutsatser, som dragits angående ljusspridning mot interstellära partiklar i spiralgalaxer (se ovan). Dessa slutsatser ha i sin tur betydelse för vår uppfattning om stjärnsystemens rotationsförhållanden.

Carl Reuterswärd, *On the Isotopic Constitution of Potassium.* Disp. i Uppsala 22 maj 1956. Opponenter: docent Olof Beckman, fil. lic. Seth T. Berglund.

Arbetet omfattar tre publicerade uppsatser: The isotopic abundance of ^{40}K (Ark. Fysik, *4*, 203—205 (1951)), Direct-coupled amplifier and ratiometer for a single-beam mass spectrometer (Ark. Fysik, *10*, 501—524 (1956)), On the isotopic constitution of potassium. A study of mass discrimination in a hot anode ion source (Ark. Fysik *11*, 1—54 (1956)).

Mätningar av isotopsammansättningen av i naturen förekommande kalium har givit divergerande resultat, som tyder på mätfel av systematisk art. Mass-spektroskopisk undersökning av joner emitterade från en fast kropp (glödanod) har givit $^{39}K/^{41}K=14{,}20$ (Brewer, 1936), under det att joner erhållna genom elektronstöt i ånga av kalium eller kaliumförening ger väsentligt lägre värden ända ned till 13,48 (Nier, 1950). En liknande osäkerhet råder beträffande den relativa ymnigheten av den radiogeologiskt intressanta isotopen ^{40}K.

En sannolik orsak till denna diskrepans är fraktioneringen som kan uppträda vid emission av joner av olika massa från glödanoden. I det aktuella arbetet har därför denna jonkälletyp undersökts närmare. Glödtrådar av platina har preparerats med pulver av kaliummineral eller industningsåterstod av löst kaliumsalt. I emissionen mättes i förra fallet $^{39}K/^{41}K=14{,}2$, i det senare fallet erhölls värden beroende på beläggningens tjocklek, ned till 13,9 för de tunnaste (motsvarande ca 1000 monoskikt). Genom att följa variationen av $^{39}K/^{41}K$ i emissionen under försök, varvid hela kaliumprepareringen förbrukades, påvisades att fraktionering uppträder även vid förångning av dessa tunna skikt. Den är lika med den, som svarar mot molekylär förångning eller diffusion (1,025 i förhållandet $^{39}K/^{41}K$). Integration av de emitterade jonströmmarna ger $^{39}K/^{41}K=13{,}57\pm0{,}09$ (sann. fel) för mycket tunna skikt. Tjockare skikt (ca 0,05 mm) ger högre värden, men dessa resultat anses otillförlitliga, då vissa svårigheter att integrera jonströmmarna förelåg i dessa fall.

Någon mera omfattande undersökning av naturliga variationer i isotopsammansättning har icke företagits, och de extrema värden som Brewer fann har icke bekräftats. Icke-integrerande jonströmsmätningar, dvs. undersökning av emissionen från oförbrukade preparationer, är alltid behäftade med fraktioneringsfelet i jonemissionen. Undersökningen har visat, att någorlunda reproducerbara värden erhålles endast med rena, tillräckligt tunna beläggningar. Exempelvis erhölls för ett extrakt av växtaska (havstång, s. k. kelp) värdet $13{,}67\pm0{,}08$, vilket efter renframställning av kaliumsalt steg till $13{,}94\pm0{,}03$, ett helt normalt värde. Mätvärdena på mineralpulver (omkring 14,20)

tolkas såsom resultatet av en extra fraktionering genom diffusion i kristallgitter i samband med transport av material i mineralkornen.

Förhållandet $^{39}K/^{40}K$ bestämdes till 7935 ± 30, varvid förhållandet $^{39}K/^{41}K = 13{,}57$ användes som normal för eliminering av fraktioneringsfelet. Enligt denna undersökning är därför sammansättningen av »vanligt» kalium (KCl, kemiskt reagens): $93{,}13 \pm 0{,}05$ % ^{39}K, $0{,}01174 \pm 0{,}00004$ % ^{40}K, $6{,}86 \pm 0{,}04$ % ^{41}K.

Bertil-Anders Lindblad, *Combined Visual and Radar Observations of Perseid Meteors.* Disp. i Lund den 5 maj 1956. Opponenter: laborator Nicolai Herlofson, Stockholm, och observator Axel V. Nielsen, Århus.

Under de sista tio åren har det varit möjligt att med hjälp av radar systematiskt studera den jonisationsprocess, som sammanhänger med en meteors uppblossande på himmeln.

Föreliggande arbete bygger på ett observationsmaterial insamlat av författaren vid Chalmers Vågutbredningsobservatorium, Råö, Onsala. Avhandlingen är en experimentell undersökning av sambandet mellan meteorers visuella ljusstyrka och det tillhörande radarekots varaktighet och intensitet. För denna undersökning har samtidiga visuella- och radarobservationer utförts på ett stort antal meteorer tillhörande den s. k. Perseidskuren. Genom att i avhandlingen endast medtages stjärnfall tillhöriga en viss meteorsvärm erhålles ett homogent material med identisk hastighet för alla objekten. Trots detta urval är spridningen i materialet mycket stort och rent statistiska metoder måste tillämpas vid analysen av observationerna.

Avhandlingens första del redogör för de experimentella betingelserna och innefattar bl. a. ett noggrant beräknande av radarantennens stråldiagram. En undersökning av de visuella observatörernas ljusstyrkeskalor är även medtagen. I avhandlingens andra del diskuteras det s. k. kvarvarande spåret, ett visuellt fenomen, som författaren finner intimt sammanhänga med abnormalt långvariga radarekon. I undersökningen påvisas att detta spår huvudsakligen bildas på 90—100 km höjd, och att det förefaller vara utomordentligt starkt beroende av turbulensen i atmosfären.

Arbetets huvuddel är en diskussion av sambandet mellan meteorens absoluta ljusstyrka M, å ena sidan, och radarekots varaktighet τ och intensitet A å den andra. För meteorer med identisk hastighet kan ljusutvecklingen anses som ett mått på meteorens massa. Man kan då uppställa följande relationer mellan variablerna M, τ och A:

$$\log \tau = \text{konstant} - \frac{q}{2{,}5} \cdot M \qquad \log A = \text{konstant} - \frac{s}{2{,}5} \cdot M$$

Insänd litteratur

CHARLES KITTEL, *Introduction to Solid State Physics.* Sec. Ed. Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1956, Pp. 617, $ 12.00.

IVAN NIVEN, *Irrational Numbers.* The Carus Math. Monographs Nr. 11. Published by the Math. Assoc. of America. Wiley & Sons, New York/ Chapman & Hall, London, 1956, Pp. 164, $ 3.00.

FRANCIS BITTER, *Currents, Fields and Particles.* Publ. by The Techn. Press of MIT and Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1956, Pp. 599, $ 8.50

RICHARD L. MEIER, *Science and Economic Development.* Publ. by The Techn. Press of MIT and Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1956, Pp. 266, $ 6.00.

JOHN ARREND TIMM, *General Chemistry*, 3rd Ed. McGraw-Hill Book Co., New York/Toronto/London, 1956, Pp. 636, 45 s. net.

DANIELS (m. fl.), *Experimental Physical Chemistry.* 5th Ed. McGraw-Hill Book Co., New York/Toronto/London, 1956, Pp. 481, 49 s. net.

Numerical Analysis, Vol. VI. Proceedings of Symposium on Applied Mathematics (Santa Monica City College, Aug. 1953), McGraw-Hill Book Co., New York/Toronto/London, 1956, Pp. 303, 73 s. net.

Problems in Mathematical Education. Testing Service, Princeton, New Yersey, 1956, Pp. 50.

Reactors, Vol. 1. »Progress in Nuclear Energy», Series II. Editors: Charpie/ Hughes/Littler/Trocheris. Pergamon Press, London/New York, 1956, Pp. 492, £ 5 net.

J. G. CROWTHER, *Nuclear Energy in Industry.* George Newnes, London 1956, Pp. 168, 16 s. 6 d.

Reports on Progress in Physics. Vol. XIX. The Physical Society, London 1956, Pp. 367, 50 s. net.

L. HOLLAND, *Vacuum Deposition of Thin Films.* Chapman & Hall, London 1956, Pp. 541 + 25 plates, 70 s. net.

RAYMOND DAUDEL, *Les fondements de la chimie théorique.* Mécanique ondulatoire appl. a l'étude des atomes et des molécules. Gauthier-Villars, Paris 1956, 236 p., 3500 fr.

S. STOÏLOW, *Leçons sur les principes topologiques de la théorie des fonctions analytiques.* Deuxième éd. Gauthier-Villars, Paris 1956, 194 p., 1700 fr.

J. L. DESTOUCHES, *La quantification en théorie fonctionelle des corpuscules.* Gauthier-Villars, Paris 1956, 141 p., 2000 fr.

KAHAN/RIDEAU/ROUSSOPOULOS, *Les méthodes d'approximation variationelles dans la théorie des collisions atomiques et dans la physique des piles nucléaires.* Gauthier-Villars, Paris 1956, 82 p., 1200 fr.

H. F. RINGLEB, *Mathematische Formelsammlung.* 6. Aufl., Sammlung Göschen Bd 51/51 a. W. de Gruyter, Berlin 1956, 278 S., DM 4.80.

G. HOHEISEL, *Gewöhnliche Differentialgleichungen.* 5. Aufl., Sammlung Göschen Bd 920. W. de Gruyter, Berlin 1956, 129 S., DM 2.40.

H. SIRK, *Mathematik für Naturwissenschaftler und Chemiker.* 7. Aufl., Th. Steinkopf, Dresden/Leipzig 1956, 315 S., kr. 15: —.

ELLEN GLEDITSCH, *Antoine Laurent Lavoisier.* Gyldendalske Forlag, Oslo 1956, 148 s., nkr. 15: —.

G. M. LUND, *Praktiske omregningstabeller for teknikk og handel.* Aschehougs Forlag, Oslo, 47 s.

Forts. följ. sida.

Th. Sundorph/H. Jepsen, *Fysik for seminarier.* Del II, 10. udg. ved F. Hjerting. Gyldendal, København 1956, sid. 185—330.

Th. Sundorph, *Kemi for mellemskolen.* 15. udg. ved F. Hjerting. Gyldendal, København 1956, 62 s.

Lancelot Hogben, *Matematiken i bild.* Övers. av C. Lönnqvist. Almqvist & Wiksell, Stockholm 1956; tryckt i London, 70 s., med illustrationer i färg, format 24 × 32 cm, kr. 19: 75.

I. Bellander, *Televisionsmottagaren.* Nordisk Rotogravyr, Stockholm 1956. 224 s., kr. 18: 50.

Fakta, del II. Livet och människan. Bokförl. Fakta, Stockholm 1956, 268 s., kr. 28: —.

Hyltén-Cavallius/Sandgren, *Matematisk analys.* Lunds Studentkårs Intressebyrå, Lund 1956, 467 s.; i bokhandeln kr. 55: —, vid rekvisition från Intressebyrån kr. 41: 50.

B. Hubendick, *Klot, vatten och liv.* AB Fack- och Specialböcker, Stockholm 1956, 170 s., kr. 14: 50.

T. Lundberg, *Hållfasthetslära för tekniska läroverk,* 5:e uppl. Gumperts förlag, Göteborg 1956, 294 s., kr. 20: —.

H. Stenmark, *Matematikundervisningen i realskolan och motsvarande skolformer.* Gleerups bokförlag, Lund 1956, 326 s., kr. 13: 50.

Mayard O. Hyde, *Atomåldern är här.* Övers. av Sonja Pleijel. Gleerups bokförlag, Lund 1956, 141 s., kr. 5: 50.

C. E. Sjöstedt, *Geometri.* Uppl. A. För enhetsskolans högstadium och för realskolan. Natur & Kultur, Stockholm 1956, 130 s., kr. 3: 15.

B. Englund, *Vi läser kemi.* För enhetsskolans 8:e o. 9:e kl., alternativkurs 1. Natur & Kultur, Stockholm 1956, 94 s., kr. 3: 55.

Atomkommitténs verksamhet under 1954/1955. Redogörelse i två volymer. Atomkommittén, Stockholm 1956, Stencilerad.

Dædalus, Tekniska Museets Årsbok 1956, 170 s.

Svenska Bokförlaget, Stockholm 1956:

C. Schalén, *Sfärisk astronomi,* 189 s., kr. 14: —.

Dahlin/Elfman, *Elementär hållfasthetslära,* 274 s., kr. 11: 50.

Hedström/Rendahl/Ekbom, *Algebra och plangeometri 2.* För reallinjens biologiska gren och för allm. linjen, 9:e uppl., sid. 265—321, kr. 2: 50.

E. Herrlin, *Värmelära för gymnasiet,* 79 s., kr. 4: 25.

Beckman/Wetterblad/Lindahl, *Fysik för enhetsskolan.* I. Kursen för kl. 7, 153 s., kr. 5: 85.

Almkvist/Knave/Lindholm, *Fysik för enhetsskolan och realskolan.* Allm. fysik, 56 s., kr. 2: 50.

Leden/Lundberg, *Lärobok i kemi.* För gymnasiets allm. linje, sociala grenen, 60 s., kr. 3: 50.

Ekman/Sandström, *Lärobok i kemi för realgymnasiet,* 250 s., kr. 8: 25.

Ekman/Sandström, *Kemi för enhetsskolan.* För kl. 8, alternativ 1, 66 s., kr. 3: —. För kl. 8, alternativ 2, 61 s., kr. 3: —.

Almkvist/Ekman, *Laborationer i kemi.* Organisk kemi. För kl. 5^3, 4^4, 3^3 samt enhetsskolan, 11 s., kr. 0: 90.

Hedström/Olsson/Winbladh, *Handelsräkning.* 6:e uppl., 95 s., jämte räknetabell, kr. 4: 50.

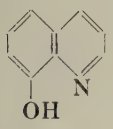
Moll/Rudberg, *Lärobok i fysik.* Del III, Magnetism och elektricitet. 16:e uppl., 172 s., kr. 4: 50.

Nyhlén/Amundsson/Broman, *Funktionslära och analytisk geometri för gymnasiet.* 242 s., kr. 12: —.

I den teoretiska härledningen av dessa relationer erhåller gradienterna q och s värden mellan 1 och $^2/_3$, resp. mellan $^1/_4$ och 1, beroende på vilka fysikaliska antaganden som göres. Det är således nödvändigt att experimentellt bestämma q och s för att kunna ange de verksamma fysikaliska processerna. Den stora spridningen i materialet gör att gradientbestämningen blir starkt beroende av det använda statistiska estimationsförfarandet, varför denna fråga ägnats särskild uppmärksamhet. Författarens resultat tyder på att relationen mellan $\log \tau$ och M kan teoretiskt förklaras, om man ansätter ett beroende $\tau \propto (\alpha p)$, där α är elektronlinjetätheten och p är atmosfärtrycket. Vid studiet av sambandet mellan $\log A$ och M finner man en avvikelse mellan teori och observationer i såväl gradienten som i konstantens absolutbelopp. Dessa avvikelser kan knappast förklaras utan att man modifierar teorien, och författaren föreslår ett samband mellan ekoamplitud och elektronlinjetäthet, $A \propto \alpha^{\frac{1}{2}}$.

DAVID DYRSSEN, *Investigations on chelating agents for the extraction of lanthanide and actinide elements.* Svensk Kem. Tidskr. *68* (1956) 212—246. Dessutom försvarades 13 uppsatser i Svensk Kem. Tidskr. och Acta Chem. Scand. 1952—1956. Disp. vid Stockholm högskola den 22 maj 1956. Opponenter: docent RAGNAR VESTIN och dr HARRY IRVING, Oxford.

Extraktion med organiska lösningsmedel är en skiljemetod som fått allt större betydelse vid analys och renframställning av metaller. Vissa typer av organiska föreningar, s. k. kelatkomplexbildare, har härvid visat sig kunna bilda oladdade extraherbara komplex (MA_N) med metalljoner (M^{N+}). Ett välkänt exempel på en dylik förening är oxin.



Oxin.

Föreningarna kännetecknas av att de oftast är svaga syror (HA) med två eller flera hydrofila atomer (O och N i oxin) som kan binda sig till metalljonen. För extraktionen är det dessutom väsentligt att större delen av molekylen är hydrofob. Metalljonen får sålunda genom komplexbildningen ett organiskt hölje. Bland de föreningar författaren undersökt kan nämnas nitrosonaftol, tropolon, kupferron, fenylbensohydroxamsyra samt oxin och en del derivat av oxin. Av dessa senare har särskilt 5,7-dikloroxin visat sig värdefull. Som modellatomer för lantanid- och aktinidmetallerna har Y^{3+}, La^{3+}, Sm^{3+}, Hf^{4+}, Th^{4+} och UO_2^{2+} använts.

Totalreaktionen för extraktionen,

$$N\,HA(org) + M^{N+}(aq) \rightleftharpoons Ma_N(org) + N\,H^+(aq) \quad (K)$$

består av följande delreaktioner

$$HA(aq) \rightleftarrows H^+(aq) + A^-(aq) \quad (k_a)$$
$$HA(aq) \rightleftarrows HA(org) \quad (k_d)$$
$$M^{N+}(aq) + N\,A^-(aq) \rightleftarrows MA_N(aq) \quad (\varkappa_N)$$
$$MA_N(aq) \rightleftarrows MA_N(org) \quad (\lambda_N)$$

Jämviktskonstanterna är angivna inom parentes.

Författaren har bestämt K för olika system samt även dissociationskonstanterna k_a och fördelningsfaktorerna k_d för de olika kelatbildarna. En särskild undersökning på torium har även givit $\varkappa_4$ och λ_4. Deljämvikternas inverkan på K diskuteras och i ett särskilt avsnitt behandlas inverkan av jonernas laddning (N) och storlek (jonradie r) på K, varvid den lineära ekvationen

$$Y = \frac{1}{N} \log K = Y_0 + P \cdot \frac{N}{r}$$

syns gälla. Uranyljonen uppför sig vid dessa extraktioner ungefär som en stor fyrvärd jon (Th^{4+}) eller en liten trevärd jon (Sc^{3+}).

Bokanmälningar

Machine Translation of Languages. Fourteen Essays. Ed. by William N. Locke and A. Donald Booth. Published 1955 by the Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology, John Wiley & Sons, Inc., New York / Chapman & Hall, Ltd., London, Pp. 243, $ 6.00.

Översättning av språk med siffermaskiner började enligt denna bok studeras omkring 1946, dvs. så snart det fanns siffermaskiner, och har engagerat en större grupp forskare sedan 1949, då ett memorandum i ämnet av Warren Weaver distribuerades i USA. (Weaver är vicepresident i Rockefellerstiftelsen.) 1954 gav IBM-bolaget en demonstration av sin då nya databehandlingsmaskin »modell 701», varvid denna fick översätta ett antal ryska meningar till engelska. Vid denna demonstration var ordförrådet begränsat till 250 ryska ord med vardera högst två engelska motsvarigheter, och syntaxen reducerad till sex regler. De meningar som översattes måste därför ha varit valda med en viss omsorg, men icke desto mindre var detta riktig översättning och en realistisk förövning för större översättningsuppgifter. Principerna vid detta försök beskrivs i ett av kapitlen av prof. Dostert, Georgetown University.

De flesta av de övriga kapitlen är föredrag som ursprungligen hölls 1952 vid en konferens vid Massachusetts Institute of Technology men som nästan utan undantag nybearbetats och gjorts aktuella till års-

skiftet 1954—55. Ett av undantagen är Weavers ovannämnda memorandum, som medtagits för sin historiska betydelses skull.

Det möter inte några principiella hinder att översätta språk med siffermaskiner, men ännu vet man inte hur besvärligt det kommer att bli att få fram en läslig eller bara på något sätt användbar översättning, hur stort maskinminne som behövs för att lagra lexikonet eller hur omfattande program som kan krävas för att överföra den grammatiska informationen från det ena språkets formlära och syntax till det andras. Dessa frågor besvaras inte i boken, men alla möjliga detaljsvårigheter nämns, analyseras och övervinns i princip. Många av dessa saker är mycket intressanta i och för sig. Maskinöversättning fordrar precisa distinktioner mellan ordklasser och andra grammatiska kategorier, och åtskilliga av de gängse begreppen, »transitiva» och »intransitiva» verb, »aktiv» och »passiv» form m. fl., håller inte måttet vid detta stränga test utan försvinner eller ersätts av en enklare och logiskt mera oantastlig indelning.

Boken har karaktären av en konferensrapport, med något av omständligheten hos muntligt föredrag (det är intressant att i detta avseende jämföra linguister och matematiker), och en och annan förmodligen provisorisk hypotes. Om ämnet varit mindre aktuellt, och legat något längre från science fiction, hade samlingen antagligen utkommit stencilerad och häftad i stället för på tjockt papper och bunden. Det gör den dock inte mindre intressant; efter läsningen förstår man att maskinöversättning av språk är en av de forskningsuppgifter som i dag erbjuder de intressantaste problemen och lovar det rikaste utbytet, både teoretiskt och praktiskt.

Sommaren 1956 meddelas att amerikanska flyget tecknat kontrakt med firman International Telemeter Corp. om färdigställande av ett fotografiskt snabbminne för användning vid översättning av tekniska tidskriftsartiklar från ryska till engelska. Detta minne skall rymma fem millioner bokstäver, och varje bokstavsgrupp skall vara åtkomlig på högst $^1/_{20}$-dels sekund. *Göran Kjellberg*

Colloque sur la théorie des nombres. Masson & Cie, Paris 1956, 208 p.

Föreliggande skrift innehåller föredrag från en konferens i talteori, som hölls i Bryssel i december 1955. Häftet börjar med Ch.-J. de la Vallée Poussins berömda arbete från år 1898, i vilket primtalssatsen bevisas. Sedan följa 12 avhandlingar från olika delar av den moderna talteorin. Som författare till dessa stå bland andra H. Davenport, P. Erdös, L. J. Mordell och J. G. van der Corput. Häftet innehåller mycket av intresse inom såväl algebraisk talteori som analytisk talteori.

Hans Riesel

The Teaching of Mathematics in Technical Colleges, A Report Prepared for the Mathematical Association, G. Bell & Sons Ltd., London 1954, Pp. 85.

Tidigare har i Elementa recenserats några »Reports for the Mathematical Association» om undervisningen i trigonometri och i funktionslära *35,* (1952), 195 och 264. Nu har undervisningen i matematik vid de tekniska läroverken i England ingående granskats av en stor kommitté. Resultatet har blivit en mycket läsvärd liten bok, som rekommenderas inte bara för de tekniska läroverkens lärare utan även för de allmänna läroverkens.

Technical Colleges är närmast jämförbara med våra tekniska aftonfackskolor och omfattar en treårig kurs, följd av en högre tvåårig. Då eleverna har ont om tid och trots en bristfällig underbyggnad måste gå så långt upp som till partiella derivator, dubbelintegraler och komplexa tal, måste läraren göra stora och målmedvetna ansträngningar för att underlätta studierna i matematik för eleverna. Rapporten kretsar oavbrutet kring detta problem och ger många stimulerande tips om förenkling och åskådliggörande av svåra delar inom kursen. Problemet är just nu viktigt och aktuellt i hela världen, eftersom den har ont om matematikbegåvningar och behöver fler och fler tekniker.

Redan för 55 år sedan försökte man i England ändra på »systemet att lära pojkar matematik, som om de skulle bli rena matematiker», och det är väl än i dag frågan om hur man skall kunna lära ingenjörsämnena den för dem så nödvändiga infinitetsimalkalkylen utan »ε-δ-gymnastik». Men om man i England försöker förenkla, varnar dock rapporten för slarv med grunderna eller som förf. i en typisk engelsk vändning säger: We believe that the student who tries to differentiate and integrate while still possessing no real knowledge of algebra or of the elements of trigonometry is in the same position as the beginner who tries to play Bach without any previous training in fingering.

En annan genomgående tendens är avogheten mot drill och formelkunskaper: it is possible for the lecturer to live in *a fool's paradise* by teaching the class to apply a number of rules and formulae with little idea of the significance of the symbols and processes involved. Också det mänskliga förhållandet till eleverna betonas starkt, t. ex.: if a foolish question is met with a snub, many an *intelligent* question will not be asked.

Det skulle föra för långt att tala om alla fina detaljerade råd för läraren. Eftersom det nu är aktuellt med talet *e* i de nya kursplanerna för realgymnasiet, bör det vara av intresse för dess lärare att studera

de fem olika omnämnda metoderna att införa e, t. ex. att definiera e^x genom att kräva av kurvan $y=a^x$, att den för $x=0$ har lutningen 1 eller att definiera $ln\ x$ genom att kräva att dess derivata är $\frac{1}{x}$, där då $ln\ x$ evalueras genom direkt ytmätning.

Geometrien framhäves starkt. En anmärkningsvärd detalj är att likformighet anses böra behandlas *före* kongruens, vilket praktiskt och psykologiskt är fullkomligt riktigt, även om det chockerar en ortodox matematiklärare.

Vi svenska matematiklärare, som nu efter danskt mönster ska bli så »stringenta», har säkerligen nytta av rapportens sunda och informella syn på matematikundervisningen. *Einar Lunell*

H. Gask, *Ordinära differentialekvationer.* Lunds matematiska sällskaps kompendier nr 3. Andra uppl., Lund 1956, 45 s., kr. 8:—.

Denna upplaga innehåller samma stoff som den första (se Elementa 35 (1952), 121). Endast några smärre omredigeringar och språkliga justeringar har vidtagits. Första upplagan var stencilerad, men den föreliggande är tryckt, vilket till i ovannämnda recension framhållna förtjänster fogar den, att kompendiet nu är behagligt att ta i sin hand. — Inte heller i den nya upplagan påpekas uttryckligen, vare sig att en lösning kan vara riktig trots att den ytligt sett avviker från den i facit givna, eller att man anser sig ha »löst» en differentialekvation, även om lösningen innehåller en »olöslig» integral.

Boken kan varmt rekommenderas, såväl som kurslitteratur som för självstudier. *Göran Björck*

Egmont Colerus, *Från punkten till fjärde dimensionen.* Natur och Kultur, Stockholm 1955, 336 s., kr. 21:50.

Matematik är tyvärr någonting som lämpar sig ganska dåligt för s. k. populärvetenskaplig framställning. Naturligtvis finns det inom matematiken likaväl som inom andra vetenskaper utvecklingslinjer och resultat, som har förmågan att fängsla lekmannen. Ofta är det dock så, att matematikens forskningsresultat endast kan uttryckas med hjälp av begreppsbildningar, som måste förbli otillgängliga för den som ej ägnat ämnet åratals studier. I bästa fall kanske själva resultatet är begripligt, men *hur* man kommer fram till det är omöjligt att klargöra utan nyssnämnda begreppsbildningar, varför en stor del av charmen med att ta del av slutsatserna måste gå förlorad. Matematiken har också sedan gammalt ett grundmurat anseende som en sorts svartkonst, och matematikerna kan glädja sig åt en respekt från medmänniskornas sida, som eljest brukar vara förbehållen medicinmännen.

Colerus' bok, som närmast torde avse att vara en populärvetenskaplig framställning av geometrien, har alltså ett ogynnsamt utgångsläge. Författaren, som själv icke är någon yrkesmatematiker, går emellertid till verket med imponerande frejdighet. Efter en något pladdrig inledning, som likväl tar itu med den för den dagliga erfarenheten allra viktigaste delen av geometrien, nämligen likformighetsläran, för han läsaren med sig till den projektiva geometrien, Hilberts axiom, elementär geometri och trigonometri (med olika aspekter på Pythagoras sats), analytisk geometri, rymdgeometri, sfärisk trigonometri, icke-euklidisk geometri m. m. Naturligtvis förekommer också de tre klassiska problemen kubens fördubbling, vinkelns tredelning och cirkelns kvadratur, men Colerus lika litet som någon annan populärvetenskaplig författare kan göra det omöjliga: att i lättbegripliga termer förklara, varför de är olösliga (på föreskrivna villkor). Läsaren får nöja sig med resultaten, som ju kanske förefaller honom intressanta ändå. I andra partier, t. ex. vid den analytiska geometrien, går författaren mer in på detaljer, så att man kan följa hans härledningar steg för steg, men de resultat, som framkommer, är ganska blygsamma, och i sådana avsnitt får boken mera lärobokskaraktär (där ofullständigheten ibland är nästan vilseledande, såsom vid behandlingen av sinus- och cosinusteoremen).

Sammanfattningsvis kan sägas, att Colerus går grundligare tillväga än vanligen är fallet i populärvetenskaplig matematik. Huruvida han inte därvid råkar ut för en viss långtrådighet är kanske en personlig smaksak att bedöma. *Sven Hilding*

E. Bauer, *Champs de vecteurs et de tenseurs.* (Introduction a l'électromagnétisme) Masson et Cie Paris 1955, 204 p. 2200 fr.

Såsom framgår av titeln har förf. inriktat sig på de för den teoretiska fysiken nödvändiga delarna av tensorkalkylen. De grundläggande satserna ges ofta i differentialform och appliceras omedelbart på fysikaliska problem.

Kap. 1 behandlar vektoralgebran och kap. 2 och 3 vektor- och tensoranalysen, — allt i ett 3-dimensionellt euklidiskt rum. Framställningen stöder sig här ofta på geometrisk intuition. I kap. 4 ges en allmän axiomatisk framställning av den elementära teorin med tillämpningar på allmänna riemannska rum. Kap. 5 inehåller elektromagnetiska tillämpningar med avslutande paragrafer om den speciella relativitetsteorin.

Beteckningarna är ej helt konsekventa. Vektorer skrives $\vec{x}$ men formeln för rot skrives $C = \nabla \wedge \vec{a}$ (sid. 46 och 64). Index avslutar boken, men bibliografi och övningsuppgifter saknas. *Lars Nystedt*

Arnaud Denjoy, *Articles et mémoires.* Deux vol. I. La variable complexe, II. Le champ réel — Notices. Gauthier-Villars, Paris 1955, X+VI+1108 p., 5100 fr.

De flesta av författarens vetenskapliga resultat har publicerats i Comptes Rendus. Med tanke på de mycket hårda restriktionerna på längden av meddelanden i C. R. och några motsvarande publikationer i andra länder och därav följande koncentration nästan till oläsbarhet ämnar författaren utge sina akademimeddelanden i en volym med kommentarer. Han har emellertid funnit det lämpligt att först i samlad form utge sina övriga vetenskapliga artiklar. Dessa utgör innehållet i föreliggande två volymer. De fyra viktiga artiklar om derivation och integration, som tidigare utgivits i bokform (se Elementa *38* (1955), 124) har icke medtagits här.

Volym II innehåller även två översikter över författarens vetenskapliga produktion (intill 1942), försedda med utförliga kommentarer av honom själv och använda som meritförteckningar, bl. a. då författaren kandiderade till en stol i franska vetenskapsakademien.

Göran Björck

S. Yiftah, *Constantes fondamentales des théories physiques.* Gauthier-Villars, Paris 1956, 124 p., 2300 fr.

Inom den teoretiska fysiken har under de senaste årtiondena ett växande intresse ägnats de s. k. fundamentala naturkonstanterna: protonens massa m_P, elektronens massa m_e och laddning e, ljushastigheten c, gravitationskonstanten γ, Plancks konstant $\hbar$ och, i vissa teorier, en elementär längdenhet. Många djupsinniga försök har gjorts att teoretiskt härleda siffervärdena för vissa dimensionslösa kombinationer av dessa konstanter, framför allt förhållandet mellan protonens och elektronens massa ($m_P/m_e=1836$), finstrukturkonstanten ($e^2/\hbar c=1/137$) och förhållandet mellan den elektriska och den gravitationella attraktionen mellan en proton och en elektron ($e^2/\gamma m_P m_e \sim 10^{39}$). Värdet av sistnämnda förhållande är av samma storleksordning som universums ålder mätt i »atomära» enheter, och dess kvadrat är av samma storleksordning som förhållandet mellan universums totala massa och neutronens massa (= »antalet partiklar i universum»). Detta har varit en av utgångspunkterna för de teorier, som sökt lösa de kosmologiska problemen med hjälp av hypotesen om ett ständigt nyskapande av materia.

För den, som är intresserad av dessa problem och äger elementära kunskaper i kvantmekanik och relativitetsteori, erbjuder föreliggande arbete en lättläst och väldisponerad om också inte särskilt djuplodande översikt.

C. V. Jonsson

G. Heilbronn, *Intégration des équations différentielles ordinaires par la méthode de Drach.* Gauthier-Villars, Paris 1956, 103 p., 1300 fr.

I Elementa *39*, 1956, 122 anmäldes ett arbete av Heilbronn rörande integration av partiella differentialekvationer av 2:a ordningen. I föreliggande arbete, som utgör häfte 133 i »Mémorial des Sciences Mathématiques», avhandlas i koncentrerad form Drach's metod för integration av ordinära differentialekvationer. De mest heterogena och svåra problem löses med utgångspunkt från samma tankekälla, varigenom Drach's »tendance à la généralisation et à la simplification de la Science» klart framträder. Denne publicerade metoden 1898 i sin doktorsavhandling och betecknade den där som »intégration logique». Metoden avser bestämning av den transcendenta naturen hos en över ett rationalitetsområde Δ som lösning till ett system S av ordinära differentialekvationer definierad funktion z. Detta tillgår så att en känd och över Δ transcendent funktion ζ adjungeras till Δ, där ζ definieras med hjälp av ett differentialsystem Σ över Δ. Om härvid det utvidgade systemet $S+\Sigma$ visar sig vara irreducibelt över Δ (dvs. om alla rationella relationer mellan z och ζ och deras derivator redan är nödvändiga följder av ekvationerna för systemet $S+\Sigma$), var den valda adjunktionen utan nytta: z och ζ är varandra främmande. I det motsatta fallet får man däremot upplysning om z's transcendenta natur. Denna »inskärningsprocess» kan fortsättas med ytterligare adjunktioner, tills den transcendenta naturen av z fullständigt klarlagts.

Differentialsystemens invariantteori (invarians gentemot gruppen av punkttransformationer resp. deras undergrupper) spelar en avgörande roll vid detta betraktelsesätt, och det är mycket sannolikt, att Drach hade Galoisteorin för algebraiska ekvationer som förebild för sina undersökningar. Den av honom införda rationalitetsgruppen Γ äger i själva verket också samma fundamentala egenskaper som den till en algebraisk ekvation hörande Galoisgruppen, nämligen 1) varje invariant av Γ är en rationell funktion av variablerna i Δ, 2) varje rationell funktion av ett fundamentalsystem av lösningar och deras derivator är en rationell funktion av invarianterna.

Efter en koncentrerad framställning härav i kap. 1 ger författaren i de följande tre kapitlen intressanta tillämpningar av den »logiska integrationen». I kap. 2 behandlas diffentialekvationen av 1:a ordningen med tillämpningar på bestämning av nollinjerna på en kvadratisk yta, asymptotlinjerna på en tredjegradsyta och krökningslinjerna på vågytan. Den yttre ballistikens ekvation undersökes utförligt och fall som kan lösas med kvadraturer bestämmes. En särskilt elegant och uttömmande framställning ges av Riccati-ekvationens algebraiska integraler. Kap. 3 behandlar differentialekvationer av 2:a ordningen med tonvikt på ekvationer $y''=F(x, y)$ med en i y' ratio-

nell första integral. Detta tillämpas på differentialekvationen för de geodetiska linjerna i det speciella fallet att denna ekvation tillhör ovannämnda typ. Kap. 4 behandlar linjära differentialekvationer och innehåller en ny härledning av den klassiska Picardska teorin.

Hermann Behrbohm

ROBERT CAMPBELL, *Théorie générale de l'équation de Mathieu et de quelques autres équations différentielles de la mécanique.* Masson et Cie, Paris 1955. 272 p., 2900 fr.

Mathieus ekvation, $y''+(p-2q\cos 2x)\cdot y=0$, och besläktade ekvationer ha under de sista årtiondena fått en ständigt ökad användning inom fysik och teknik. I den klassiska fysiken uppträder ekvationen naturligast vid separation av vågekvationen i elliptiska cylinderkoordinater — det var vid undersökning av svängningar hos en elliptisk membran som ekvationen först studerades av fransmannen Mathieu 1868, medan en modernare tillämpning inom samma område är den elektromagnetiska vågledaren med elliptisk genomskärning. I detta sammanhang är det intressant att göra en jämförelse med Legendres och Bessels ekvationer, som ju uppträda vid liknande fysikaliska problem. Teorin för Mathieufunktioner visar sig vara av en helt annan svårighetsgrad, och det torde dröja, innan den har samma rika och avrundade form som teorin för Legendre- och Besselfunktioner, även om stora framsteg gjorts under de sista decennierna. Det andra stora användningsområdet för Mathieuekvationen, åtminstone som en första approximation, är svängningsfenomen, där någon parameter varierar periodiskt i tid eller rum, t. ex. en pendel med svängande upphängningspunkt, frekvensmodulering, den starkt fokuserande synkrotronen och vågtransmission i en periodisk struktur, såsom elektrongasen i en metall.

Föreliggande bok är den tredje monografien i ämnet, som utgivits efter kriget. Den är uppdelad i tre avdelningar. I den första behandlas s. k. Mathieufunktioner av första slaget, dvs. lösningar med perioden 2π. Fordran på entydighet hos funktionen vid separation av vågekvationen leder till denna restriktion av lösningarna. En periodisk lösning existerar för givet q endast för vissa diskreta p-värden, och mängden av sådana punkter (p, q) bilda de karakteristiska kurvorna i pq-planet. I den andra delen undersöks för det fall att (p, q) ligger på en karakteristisk kurva den andra, lineärt oberoende lösningen; för $q\neq 0$ är denna aldrig periodisk. Den uppträder, med rent imaginärt argument, vid lösningen av den andra ekvation, som erhålles vid separation av vågekvationen. Den tredje delen behandlar Mathieuekvationen för allmänna (p, q). De karakteristiska kurvorna dela upp pq-planet i två typer av områden, inom vilka lösningarna äro stabila

(alla lösningar begränsade i oändligheten) respektive instabila (någon lösning växer över alla gränser). Dessa undersökningar komma till användning vid svängningsproblem med en periodiskt varierande parameter. I det sista kapitlet behandlas Mathieuekvationen efter en variabeltransformation som en lineär differentialekvation i det komplexa planet med rationella koefficenter och reguljära singulariteter.

Parallellt med Mathieus ekvation behandlas här och där några andra ekvationer, främst den s. k. associerade Mathieuekvationen, vars lösningar i en något transformerad form ofta kallas sfäroidfunktioner och uppträda vid separation av vågekvationen i rotationselliptiska koordinater.

I början av boken finns en felförteckning på 4 sidor. Den borde varit längre.

I jämförelse med McLachlan, Theory and Application of Mathieu Functions, Oxford 1947, och Meixner-Schäfke, Mathieusche Funktionen und Sphäroidfunktionen, Grundlehren der math. Wiss. LXXI, Springer 1954, intar Campbells bok närmast en mellanställning. McLachlan vänder sig i första hand till den som är mest intresserad av praktiska tillämpningar och innehåller t. ex. ett stort antal exempel, numeriskt genomräknade 'to the bitter end'. Detta betyder dock inte att det finns något att anmärka på den matematiska behandlingen. Meixner-Schäfke fordrar mera matematiska förkunskaper, speciellt i funktionsteori, men ger i gengäld en mera avrundad och tillfredsställande framställning. Campbells bok kan rekommenderas åt den som utan alltför ingående studium vill skaffa sig en god överblick över det aktuella läget inom området och lära sig de metoder, som komma till användning vid praktiska beräkningar. Den innehåller ganska många formler och kurvor, däremot inga tabeller. Det bör också påpekas att den, till skillnad från de två andra böckerna, saknar tillämpningar på fysikaliska och tekniska problem. *Bengt Nagel*

Léon Brillouin / Maurice Parodi, *Propagation des ondes dans les milieux périodiques.* Masson et Cie, Paris 1956. 348 p., 4600 fr.

Denna bok är egentligen en omarbetad och väsentligt utökad upplaga av L. Brillouin, Wave propagation in periodic structures, McGraw-Hill 1946. Avsikten är att ge en enhetlig behandling av problem, som, ehuru av olika fysikaliskt ursprung, till sin matematiska struktur äro likartade.

Efter en historisk översikt, från Newtons modell för ljudets fortplantning till Borns studier över elastiska vågor i kristaller, behandlas i de första kapitlen vågfortplantning i ett endimensionellt gitter. Begränsade gitter studeras med hjälp av Gegenbauers polynom. Därpå diskuteras generaliseringar till två- och tredimensionella gitter med

tillämpningar speciellt på kristaller och deras termodynamik. Zonbegreppet behandlas ingående. Efter ett matematiskt betonat kapitel om Mathieus och Hills ekvationer följer fyrpolsteori med matrisbehandling. Genom en gränsövergång kommer man över till kontinuerliga elektriska transmissionslinjer. I de två sista kapitlen, slutligen, behandlas två problem av stort intresse i samband med linjära acceleratorer, nämligen elektromagnetiska vågledare för 'långsamma vågor' (dvs. vågledare där man genom lämpliga randbetingelser får vågor, vars fashastighet är mindre än ljushastigheten) och elektroners rörelse i ett rörligt periodiskt fält.

Författarna bemöda sig om att ansluta den formella behandlingen så nära som möjligt till konkreta problem och att påpeka analogierna mellan olika fysikaliska fenomen. Boken är i stort sett klart och redigt skriven och torde inte fordra några större matematiska förkunskaper. Möjligen kan man anmärka på att bibliografien är synnerligen sparsam.

Boken kan rekommenderas åt tekniker och fysiker intresserade av hithörande problem. *Bengt Nagel*

Paul G. Andres / Hugh J. Miser / Haim Reingold, *Basic Mathematics for Science and Engineering.* J. Wiley & Sons, New York / Chapman & Hall, London, 1955, Pp. 846, $ 6.75.

Innehållet motsvarar i rätt hög grad kursen på den svenska reallinjen (med matematiska grenen), från räkning med negativa tal och med digniteter för den genom elementär algebra och geometri till elementen av integralkalkylen. Anknytningarna till fysiken är många. Något om vektorer, komplexa tal, determinanter och analytisk rymdgeometri är också medtaget. Antalet tillämpningsuppgifter är överväldigande: bortåt 700 genomräknade demonstrationsexempel och över 7000 övningsuppgifter (varav varannan med svar). *Sven Hilding*

George Salmon, *Conic Sections,* Chelsea Publishing Company, New York 1954, Pp. 399, $ 1.94.

Att en matematisk monografi, som i sin första upplaga utkom för över hundra år sedan, alltjämt anses vara värd en nytryckning i massupplaga måste i och för sig anses ganska märkligt. Den bok det här rör sig om är förvisso värd det. Salmons klassiska arbete, för åtskilliga generationer av svenska matematiker kanske mest känd i Fiedlers bearbetning, innehåller det mesta som är värt att veta om andragradskurvor. Vid en förnyad genomläsning av boken frapperas man av den klara och rediga framställningen — det är verkligen en åldring som bär sina år med heder.

Bokens pris är överraskande lågt. *Sven Hilding*

O. Blackwood/W. Kelly, *General Physics*, John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London, 1955, Pp. 704, $ 6.75.

Boken avhandlar grundligt en fysikkurs av ungefär samma omfattning som den som läses på realgymnasiet. Den är skriven för college-studerande, som saknar högre matematisk utbildning. Framställningen är klar och redig med åtskilliga hänvisningar till praktiska erfarenheter, vilket en lärare kan ha glädje av, och figurerna är i allmänhet mycket tydliga. Förutom genomräknade exempel finns många bra problem, varav hälften försetts med facit. Om författarna inte hade använt cgs-enheter, uppblandade med fot-pund-enheter, vilket gör ett par kapitel mindre njutbara, skulle boken ha varit än bättre. *Bengt Liljeqvist*

A. S. Thompson/O. E. Rodgers, *Thermal Power from Nuclear Reactors*. J. Wiley & Sons, New York 1956, Pp. 229, $ 7.25.

Boken är skriven för ingenjörer, som vill sätta sig in i de problem som uppstår vid konstruktionen av en atomreaktor. Den beskrivning av de fysikaliska grunderna för reaktorer som ges i första kapitlet är därför ganska knapphändig. I det följande behandlas reaktorteorien, varvid dimensionsanalys användes som hjälpmedel. Stort utrymme ägnas åt numeriska metoder för bestämning av neutronfördelningen i en reaktor. I avsnittet om reaktorns kinetik diskuteras ett icke-linjärt fall utförligt. Två korta kapitel är ägnade åt översikter i strålskydds- respektive materialfrågor. I sista tredjedelen av boken studeras så problemen vid reaktorkylningen och utnyttjandet av värmeeffekten.

Framställningen är klar och lättläst, vilket delvis beror på att den matematiska behandlingen är utförlig. I vissa fall är dock boken väl schematisk, men delar av den kan rekommenderas för personer, som vill ha en första inblick i ämnet. *N. G. Sjöstrand*

Ernest H. Hutten, *The Language of Modern Physics*. Allen & Unvin, London, Macmillan, New York, 1956, Pp. 278, 18s. 6d.

Den materiella revolution, som vetenskapen genomfört, känner alla till, men den intellektuella revolutionen, de nya idéerna och begreppen har inte trängt in i det allmänna medvetandet. Vi har hört talas om de sista upptäckterna, men förstår vi deras innebörd? För några år sedan skrev Einstein att t. o. m. många vetenskapsmän inte förstod relativitetsteorien, allt de fattade var teoriens konsekvenser för deras egna arbetsområden.

Då det gäller att förstå fysik, kan man tala om inte bara språkets tyranni utan även matematikens. Enligt Born bör man sträva efter

att frigöra det fysikaliska innehållet från den matematiska framställningen, och Einsteins inställning framgår av följande citat: »As far as the laws of mathematics refer to reality, they are not certain; and as far as they are certain, they do not refer to reality.» Många vetenskapliga teorier har framkommit genom undersökning av meningen med de föregående. En analys av det vetenskapliga språket är därvid av betydelse. Här möts filosofi och vetenskap, ty vetenskapen måste vara kritisk i sitt språkval, och den filosofiska argumenteringen måste grundas på den kunskap, som endast vetenskapen kan ge. Förf. ondgör sig över dem, som anser en fläckig laboratorierock och smutsiga händer vara enda tecknet på hederligt arbete — det låter som Platon i modern upplaga — men han är också medveten om filosofernas brister i fråga om experimentalfysik.

Den språkliga och matematiska formalismen bör enl. förf. kompletteras med en ingående analys av fysikens begrepp, definitioner, modellföreställningar och lagar. Meningsanalysen, den s. k. semantiken, är den form av logik, som förf. därvid tillämpar på några av fysikens viktigaste områden: den klassiska mekaniken och relativitetsteorien, termodynamiken och kvantfysiken. Med Einsteins analys av tids- och rumsbegreppen anser förf. att meningsanalysen för första gången öppet infördes i fysiken.

Boken är intressant och förråder en aktningsvärd kunnighet i fysikaliska frågor. Den torde kunna uppfattas som ett symptom på en alltmer utbredd önskan att förstå vår svårbegripliga värld utan matematikens hjälp, och utgivarna framhåller — som vanligt, frestas man tillägga — såsom en förtjänst hos boken, att den är fri från matematik. I vad mån förf. har lyckats i sina strävanden överlåtes till läsaren att själv bedöma. *B. Grundström*

Paul Wetterfors, *Stjärnor*. 2. uppl., Scoutförlaget, Stockholm 1955, 340 s., kr. 14: 50.

Boken utkom i sin första upplaga 1945 och anmäldes följande år i denna tidskrift (årg. 29, 41, 1946). Att redan efter så kort tid en ny upplaga utgivits, motiveras av den astronomiska forskningens snabba frammarsch under den gångna tioårsperioden. Av dess viktigaste landvinningar må här nämnas, att resultaten av vissa observationer med jätteteleskopet på Mount Palomar lett till en revision av avståndsskalan för universum: de tidigare uppskattade avstånden till de extragalaktiska nebulosorna måste fördubblas. Vidare att den s. k. radioastronomin, som är en helt ny gren av den celesta vetenskapen, lämnat mycket viktiga bidrag till frågan om vårt stjärnsystems byggnad och den interstellära materiens utbredning. Samtidigt har det kosmogoniska problemet, frågan om universums uppkomst, stått i

centrum för astronomernas intresse. På detta område gå åsikterna vitt isär, varom de radikalt skilda hypoteser som framställts bära vittne.

Dessa och andra nyheter ha medfört, att slutkapitlet i boken, som bär rubriken Stjärnvärlden, har måst grundligt omarbetas och rätt väsentligt utvidgas. Även på några andra ställen i boken ha tillägg gjorts. Dessutom ha flera nya illustrationer tillkommit. Författarens i första upplagan dokumenterade förmåga att giva en klar och fängslande framställning åt ett ofta svårtillgängligt stoff utmärker i lika hög grad de nyskrivna avsnitten. Med nöje kan man därför återigen varmt rekommendera denna bok, när den nu föreligger i omarbetat skick. Att förlaget samtidigt låtit boken få ett större och trevligare format och ett även i övrigt mera tilltalande yttre, är enbart att hälsa med tillfredsställelse. *Helge Nordström*

Åke Wallenquist, *Planeten Mars.* Almqvist & Wiksell/Gebers, Stockholm 1955, 104 s., kr. 9:50.

Mars har väl varit den som mer än andra planeter har satt fantasien i rörelse och som diskuterats och studerats. Någon modern framställning av Mars och dess problem har inte funnits på svenska, och den av observator Wallenquist med denna bok givna översikten över moderna forskningsresultat fyller därför ett behov.

De inledande kapitlen omfattar marsforskningens historia, allmänna data om planeten samt hur den ser ut i ett teleskop. Därefter följer en utförlig framställning — 34 sidor — om marsatmosfären och de klimatologiska förhållandena. Författaren redogör för spektralundersökningar och fotografiska observationer av marsatmosfären, för slutsatser om de fysikaliska förhållandena i denna samt för temperaturförhållandena på marsytan. Detaljer på planetens yta, polarkalotterna, de ljusa och de mörka regionerna samt de s. k. kanalerna behandlas i det därpå följande kapitlet. I det avslutande kapitlet diskuteras möjligheten för Mars som hemvist för organiskt liv.

Boken är populärvetenskaplig i god bemärkelse. Den ger i lättfattlig form fakta åt den mer initierade lekmannen och är fri från det svammel och effektsökeri, som ofta vidlåder populärvetenskaplig framställning. I läroverkens bibliotek bör den inte saknas; det är en bok som både lärare och elever ha glädje av. *Erik Bodén*

Jack Hine, *Physical Organic Chemistry.* McGraw-Hill Book Co. New York/Toronto/London 1956, Pp. 497, 67s. 6d.

Föreliggande bok bör hälsas med tillfredsställelse främst av de organiska kemister som äro intresserade av reaktionsmekanismer. Det framgår icke av titeln att innehållet huvudsakligen är begränsat till detta område. Det kan för övrigt inom parentes sagt förefalla

egendomligt att författaren valt exakt samma titel som Hammett på sin utomordentligt välkända och redan år 1940 utkomna bok.

Boken har stora förtjänster. Utom det rent allmänt vettiga framställningssättet, som lämnar plats för experimentella data och logiska slutsatser därur, har den fördelen att vara uppbyggd på ett visst tidigare kunskapsmått hos läsaren. Härigenom undvikes alltför stor långrandighet. Sålunda börjar exempelvis kapitlet »Kinetics» med kinetiken för konsekutiva reaktioner. Författaren angiver i en fotnot att elementär kinetik förutsättes känd från andra, mer elementära läroböcker. Då boken icke har karaktär av elementarbok i något avseende, verkar ju detta berättigat. En annan förtjänstfull detalj är den enkla och tämligen handgripliga beskrivningen i bokens tidigare del av de vanligaste elektronbanornas form, varigenom läsaren bör få en viss känsla för strukturkemiens principer.

Möjligen skulle man önska att boken innehölle ytterligare ett kapitel, nämligen en enklare redogörelse för principerna i teorien för absoluta reaktionshastigheter. Dessa kanske förutsättas höra till de mera elementära förkunskaperna, men ett dylikt antagande förefaller väl optimistiskt. Som det nu är verka begrepp som »transition state» och reaktionskoordinat (här kallad »extent of reaction») att sväva en smula i fria luften.

Några tryckfel, även i samband med referenserna, falla i ögonen vid en snabb genomgång. Få böcker torde väl emellertid vara helt fria från sådana.

Avslutningsvis kan sägas att boken fyller sin plats väl. Med den snabba utvecklingen på området för organiska reaktionsmekanismer, som framförallt beror på den livliga forskningsverksamheten i USA och England, äro översiktliga, sammanställande verk av största värde, och önskvärt är också att dylika utkomma ganska ofta. Just denna bok är så gedigen att man dessutom gärna skulle se den använd såsom lärobok, förslagsvis på licentiatstadiet. *Lars Melander*

Neutron Cross Sections, The United States Atomic Energy Commission, Selected Reference Material on Atomic Energy. McGraw-Hill Book Co. Inc., New York 1955. Pp. 328, $ 12.00.

Arbetet är en sammanställning av data angående neutrontvärsnitt. Materialet är bearbetat av några forskare vid Brookhaven National Laboratory, Long Island, U. S. A. Det ingår med den nu utgivna upplagan i en serie handböcker om reaktorvetenskap, som den amerikanska atomenergikommissionen presenterade till fjolårets Genèvekonferens i atomenergifrågor.

Innehållet uppdelas i fyra huvuddelar. Först kommer tabeller

över olika slag av neutrontvärsnitt, därefter följer tabeller över s. k. resonansparametrar. Huvuddelen av boken upptas av utförliga, grafiskt framställda mätresultat från tvärsnittbestämningar, huvudsakligen utförda i U. S. A. Slutligen finnes några sidor med kurvor över vinkelfördelningar vid elastisk spridning, ett kapitel som förmodligen i nästa upplaga kommer att svälla avsevärt.

Varje avdelning i boken innehåller en inledning med begreppsförklaringar. Dessa är relativt knapphändiga. Det är därför så mycket större anledning påpeka, att boken inte är en lärobok, utan en samling mätresultat, systematiskt ordnade, vars rätta utnyttjande kräver goda förkunskaper hos läsaren.

Vid jämförelse med den föregående upplagan av år 1952 finner man, att ett betydande antal nya data tillkommit. Detta gäller särskilt för de tyngre elementens nuklider. *Wilhelm Forsling*

Chemical Processing and Equipment. The United States Atomic Energy Commission. Selected Reference Material on Atomic Energy. McGraw-Hill Book Co. Inc., New York 1955. Pp. 302, $ 6.00.

I sex band har den amerikanska atomenergikommissionen (AEC) sammanfattat ett vidsträckt forskningsområde »concerning the ways in which fissionable materials can be put to work in nuclear reactors for research purposes and for the production of power and radioisotopes». Arbetet i sin helhet presenterades som ett amerikanskt bidrag till 1955 års Genèvekonferens om atomenergiens fredliga användning.

Den här recenserade delen omfattar en utförlig redogörelse för den kemiska bearbetningen av i reaktorer förbrukade bränsleelement för återvinnandet av uran m. m. Den beskrivna anläggningen är belägen vid The National Reactor Testing Station nära Idaho Falls, U. S. A.

De flesta stegen i processerna är väl beskrivna. På några punkter blir emellertid texten oklar. Denna första del av boken kan endast väntas intressera fackmannen. Den senare delen upptar en beskrivning i ord och bild av modern kärnkemisk laboratorieutrustning. Den delen är något av teknik för alla!

Man blir imponerad av de resurser, som AEC ställt till kärnkemisternas förfogande för lösning av besvärliga renings- och separationsproblem. Den starka radioaktiva strålningen tvingar fram automatik i fantasieggande utformningar. Manipulatorer och fjärrkontrollutrustning demonstreras på utomordentligt sätt i denna veritabla bilderbok.

En svensk kärnkemist, som läser boken, måste ovillkorligen ställa sig frågan: stöds den kärnkemiska forskningen i vårt land på sådant sätt, att det svenska atomenergiprogrammet på denna viktiga punkt är säkrat? Förlåt en tvivlare! *Wilhelm Forsling*

W. Ganzenmüller, *Beiträge zur Geschichte der Technologie und der Alchemie.* Verlag Chemie, Weinheim 1956, 389 S., DM 29.50.

Här framlägges, belyst av 26 illustrationer, resultatet av ett tjuguårigt arbete inom den äldre kemiens historia. Drygt halva boken behandlar detaljrikt tekniken för de äldsta, de medeltida och i någon mån de nutida glassorternas framställning och färgning samt de teorier som däröver framkommo och torde speciellt intressera yrkesmännen.

Större allmänt intresse väcker bokens senare avdelning, som redogör för en rad tidiga alkemisters arbeten. Här redovisas kritiskt innehållet i handskrifter och böcker från begynnande medeltid och något senare, t. ex. hur färger, guld och silver kunde framställas med hjälp av det röda och det vita elixiret och de vises sten, hur denna hemliga vetenskap bidragit till kemiens praktiska utveckling samt hur striden mellan alkemi och kyrka förlöpte.

Denna kuriösa del av kemiens äldsta och mest äventyrliga historia kan fängsla en läsare även i atomomvandlingens tidsålder.

E. Nordefeldt

Iwan Bolin / Bror Gustaver, *Från kemins arbetsfält.* Läsebok i kemi för realskolan, flickskolan och enhetsskolan. Tidens Förlag, Stockholm, 1954, 146 s., kr. 7: 85.

Med föreliggande bok har de båda välkända läroboksförfattarna givit den elementära kemiundervisningen ett synnerligen välkommet hjälpmedel. I lättlästa och intressanta kapitel skildras olika avsnitt av kemin och dess historia. En mängd små välskrivna biografier över kemins stormän förekommer rikligt inströdda i texten. Trycket och illustrationsmaterialet är ypperliga i den lilla tilltalande volymen.

Efter en översikt över atom- och elementlärans utveckling följer en redogörelse för syrets upptäckt, och sedan behandlas vattnets och luften, atom- och molekylvikter samt elektrolyter. De följande kapitlen ägnas några vanliga metaller samt viktigare salter och oorganiska tekniska produkter såsom soda, glas, porslin, cement, gödselmedel och fotografering. I ett större avsnitt beskrives några viktiga organiska tekniska produkter såsom acetylen, petroleum, stenkol, fetter samt sprängämnen och plaster. En avdelning med rubriken katalysatorer behandlar även enzymer och hormoner. Boken slutar med en redogörelse för radioaktivitet och atomenergi.

Boken är ett gott vittnesbörd om författarnas stora kunskaper i modern kemi och dess tillämpningar. Framställningen är mycket vederhäftig och endast några smärre fel synes förekomma. Pyrexglas kallas perexglas, framställning av flytande luft beskrives på ett

något egendomligt sätt, eten benämnes etenånga, och karbolsyra påstås få en djupt blåröd färg vid tillsats av kalkvatten. I beteckningen pH är p ej beteckning för koncentration utan är en förkortning av det franska ordet puissance. Ibland blir kanske texten något kompakt för realskoleelever, och en del facktermer hade nog behövt förklaras. I stort sett synes stoffurvalet vara väl lämpat efter bokens ändamål, dock hade en utförligare behandling av järnet varit på sin plats. Kvicksilver borde också omnämnts bland de vanligaste metallerna. Ett speciellt kapitel om den kemiska forskningens betydelse hade också varit av intresse i en bok av detta slag.

Anmälaren har använt boken som läsebok i den femåriga realskolans fjärde klass och vitsordar gärna dess lämplighet för ifrågavarande ändamål. Eleverna visar stort intresse för det framlagda kunskapsstoffet. Boken fyller ett länge närt önskemål efter ett hjälpmedel att göra den elementära kemiundervisningen mera levande och intressant. Icke minst lärarna har en hel mängd att hämta ur boken, fylld som den är av allehanda intresseväckande fakta. Den bör icke saknas i något lärjungebibliotek och helst bör den också finnas i tillräckligt antal på varje kemiinstitution, så att eleverna direkt under lärarens överinseende på lektionerna kan få studera densamma.

Göran Forsberg

H. Poincaré, *Electricité et optique.* La lumière et les théories électrodynamique. Deuxième edition, revue et complétée par Jules Blondin et Eugène Néculcéa. Paris, Gauthier-Villars, 1954. 641 p. 2000 fr.

Denna nu omtryckta upplaga, som utkom första gången 1901, upptar föreläsningar givna åren 1888, 1890 och 1899. I första delen av boken ges en systematisk framställning av Maxwells elektromagnetiska teori. De senare delarna avhandla Ampères, Webers, Helmholtz', Hertz', Lorentz' och Larmors teorier. *Lennart Huldt*

T. S. E. Thomas, *Physical Formulae.* Methuen's Monographs on Physical Subjects. London 1953, Pp. vii+118, 8s. 6d. net.

Physical Formulae är en »lagsamling» i klassisk fysik, behändig och pålitlig, försvuren åt cgs-systemet men i övrigt modern. Ramen är densamma som för de engelska universitetens kurs för Honours degree, alltså något vidare än för vår tvåbetygs magisterkurs.

Torsten Jönsson

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

2069) *Sök sambandet mellan summan och produkten av de tre storheterna* $(a-b):(a+b)$, $(b-c):(b+c)$, $(c-a):(c+a)$. *X.*

2070) *Radikalaxeln till en triangels niopunktscirkel och den cirkel med centrum i Feuerbachs punkt, som skär en vidskriven cirkel under räta vinklar, är tangent till sistnämnda cirkel. (Kontaktpunkten för niopunktscirkeln och den i triangeln inskrivna cirkeln kallas Feuerbachs punkt.)* *V. Thébault*

2071) *Visa, att*
$F(x,y)=\sin^2(\frac{1}{8}\pi+x)+\sin^2(\frac{1}{8}\pi+y)-2\sin(\frac{1}{8}\pi+x)\sin(\frac{1}{8}\pi+y)\sin(\frac{1}{4}\pi+x+y)$
är en jämn funktion, dvs. $F(x,y)=F(-x,-y)$. *X.*

Enklare matematiska uppgifter[2]

2072) Visa, att ekvationen $7x^3+35x=327$ har endast en reell rot, som med god approximation ger ett närmevärde på π.

2073) Vilka primtal mindre än 10 000 ha egenskapen, att om man efter talet sätter dess kvadrat, så är det så erhållna talet delbart med 333?

Svar: 233, 4229 och 7559.

2074) I en rätvinklig triangel är hypotenusan a längdenheter och mätetalen för yta och omkrets lika. Visa, att ytan är $(2a+4)$ ytenheter.

2075) I en cirkel inskrives en rätvinklig triangel, i vilken höjden mot hypotenusan är 1 cm längre än ena katetens projektion på hypotenusan. Hur stor måste diametern minst vara?

Svar: $2+\sqrt{8}=4{,}83$ cm.

2076) Visa, att det ej finnes vinklar, som satisfiera ekvationen $\cot\alpha+\cot\beta=\cot(\alpha+\beta)$.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 2072—2074, äro insända av *Y. Ekedahl*, 2075 av *X*, 2076, 2077 av *S. B.* 2078—2081 av *I. Gunsjö.*

2077) I en likbent triangel är en sida lika med den kring triangeln omskrivna cirkelns radie. Beräkna förhållandet mellan de vidskrivna cirklarnas radier.

Svar: $\operatorname{tg} 75° : \operatorname{tg} 52{,}5° = 2{,}863$, $\operatorname{tg} 15° : \operatorname{tg} 82{,}5° = 0{,}03528$ eller $\operatorname{tg} 30° : \operatorname{tg} 75° = 0{,}1547$.

2078) Med sidorna i en kvadrat som bas ritas utåt liksidiga trianglar. En cirkel med centrum i kvadratens mittpunkt går genom trianglarnas tyngdpunkter. Hur stor del av cirkelns periferi faller utanför både kvadraten och trianglarna?

Svar: $\frac{1}{3}$.

2079) Med sidan i en kvadrat som bas ritas utåt en likbent triangel. En cirkel med centrum i kvadratens mittpunkt går genom triangelns tyngdpunkt och delar de lika sidorna i förhållandet 1 : 3 från basen räknat. Sök förhållandet mellan triangelns och kvadratens ytor.

Svar: $\frac{3}{28}(\sqrt{79}-4) = 0{,}5237$.

2080) I den i en cirkel inskrivna konvexa sexhörningen $ABCDEF$ är $ABDE$ en kvadrat och $ACDF$ en rektangel med sidorna a och b. Beräkna kordan BC, om $a > b$.

Svar: $(a-b):\sqrt{2}$.

2081) Bestäm konstanten a, så att rektangeln, som bildas av tangenterna och normalerna i extrempunkterna till kurvan $y = 2x^3 - 6x^2 + ax$, får en yta av 256 ytenheter.

Svar: $a = -18$.

Lösningar till uppg. 2041—2043

2041) *I triangeln ABC, där r är radien i den in-, r_a radien i den vid sidan BC vidskrivna cirkeln, drages en transversal genom A, som skär BC i D mellan B och C. Sök ett samband mellan radien x i den i triangeln ABD inskrivna och radien y i den vid DC i triangeln ADC vidskrivna cirkeln, som endast innehåller de givna storheterna.*

X.

I. Betecknas omkretsarna av trianglarna ABD och ACD med resp. $2p_1$ och $2p_2$ samt sidan AD med d, erhålles $x : r = (p_1 - d) : (p - b)$ och $y : r_a = (p_2 - b) : (p - b)$, varav genom addition $x : r + y : r_a = (p_1 + p_2 - b - d) : (p - b) = 1$, då $p_1 + p_2 = p + d$.

I. Gunsjö

Även löst av *H. Simonsson.*

II. När transversalen varierar, medan triangeln ABC är fix, beskriva cirklarnas centra I_1 och I_2 inre resp. yttre bisektriserna v_1 och v_2 till vinklarna ABD och ACD. Tänker man sig linjerna AI_1 och AI_2 orubbligt förenade i A och låter dem rotera kring A, utgöra deras skärningspunkter med v_1 och v_2 alltfort centra i cirklar, som tangera linjerna AB, BC, AD resp. AC, BC, AD. Om D passerar B ut på förlängningen av CB, blir cirkeln I_1 vidskriven vid sidan BD i triangeln ABD. Det råder ett projektivt samband mellan I_1 och I_2 under vår förutsättning. Man kan använda x och y som deras koordinater på v_1 och v_2, om man uppfattar dessa tal som avstånden från I_1 och I_2 till BC, varvid de skola byta tecken, då I_1 och I_2 byta sida av BC. När nu $D \to \infty$ på angivet sätt, inses genast, att $x \to -\infty$, $y \to +\infty$. Alltså är det proj. sambandet av formen $\alpha x+\beta y+\gamma=0$. Men mot $x=0$ svarar $y=r_a$ och mot $x=r$, $y=0$, varav det nämnda sambandet. *X.*

2042) *Normalerna mot de linjer som innehålla sidorna BC, CA och AB i triangeln ABC från en punkt P i rymden råka dessa linjer i resp. A_1, B_1 och C_1. Vilken relation råder mellan vinklarna AA_1C, BB_1A och CC_1B? Sök med hjälp av sambandet orten för P, då vinklarna BB_1A och CC_1A äro lika.* *N. J.*

Vi lägga abskissaxlar på sidorna $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$ med origo i mittpunkterna A_m, B_m, C_m och de positiva riktningarna $B \to C$, $C \to A$, $A \to B$. Om normalerna från en punkt Q i triangelns plan träffa dessa axlar i $A_1(a_1; 0)$, $B_1(b_1; 0)$, $C_1(c_1; 0)$, så är $0=\Sigma(\overline{PB}^2-\overline{PC}^2)=$
$=\Sigma\{(\frac{1}{2}a+a_1)^2-(\frac{1}{2}a-a_1)^2\}=2\Sigma aa_1$ eller $aa_1+bb_1+cc_1=0$ (1).

Men (1) är också ett tillräckligt villkor för att normalplanen till axlarna i A_1, B_1, C_1 skola råkas längs samma mot triangelns plan vinkelräta linje PQ (b_1 och c_1 t. ex. bestämma entydigt a_1 enligt (1) liksom konstruktionen entydigt ger A_1, när B_1 och C_1 ha valts). Äro $A_2(a_2)$, $B_2(b_2)$, $C_2(c_2)$ ett annat system, för vilket (1) gäller, så följer $a(a_2-a_1)+b(b_2-b_1)+c(c_2-c_1)=0$ (2). I det följande äro A_2, B_2, C_2 höjdernas fotpunkter. Definieras $\alpha=(BC, AA_1)$ som den minsta vinkel BC skall vridas omkring B genom triangeln för att bli parallell med AA_1 och β, γ på cykliskt motsvarande sätt, är $a_2-a_1=h_a \cot\alpha$ och enligt (2) $\cot\alpha+\cot\beta+\cot\gamma=0$ (3), då ju $ah_a=2T$. Äro speciellt β och γ supplementvinklar, följer ur (3) att $\alpha=\frac{1}{2}\pi$ och P finnes i normalplanet mot BC genom A. *X.*

2043) *Punkterna A, B, C, D ligga på en rät linje i angiven bokstavsföljd. Man sätter $AB=x$, $BC=y$, $CD=z$ och förutsätter att $x(x+y)=z^2$ och $y(y+z)=x^2$. Visa, att x, y och z kunna vara sidor i en triangel. Beräkna dess vinklar.* *Efter Archimedes.*

I. Av sambandet $x(x+y)=z^2$ (1) följer $z^2>x^2$. Av $y(y+z)=x^2$ (2) följer $x^2>y^2$ och sedan av (1) $x+y>z$. Alltså kan en triangel BCP uppritas i vilken $PC=CD=z$, $PB=BA=x$. Utdrag PB över B stycket y till E, då PA och CE bli parallella. Enligt (2) tangerar cirkeln PCD i P linjen BP, varför, om vinkeln $BPC=v$, vinkeln $D=v$ och $C=2v$. Enligt (1) tangerar cirkeln BCE i C linjen PC, varför vinkeln $C=E=BPA=A=2v$ och vinkeln $PBC=4v$. De sökta vinklarna äro $\frac{1}{7}\pi$, $\frac{2}{7}\pi$ och $\frac{4}{7}\pi$. *X.*

II. Sättes vinkeln $BCP=t$ och vinkeln $PBC=u$, blir $x=2R\sin t$, $y=2R\sin v$, $z=2R\sin u$. Av (1) erhålles $\sin v\sin t=\sin^2 u-\sin^2 t=$ $=\sin(u+t)\sin(u-t)$. Då $\sin v=\sin(u+t)$, blir $t=u-t$, dvs. $u=2t$. P. s. s. visas, att $t=2v$. *S. B.*

Även löst av *H. Simonsson, E. Samén, I. Gunsjö.*

Studentexamen och fyllnadsprövning efter studentexamen

November 1956

Matematiska uppgifter för latingymnasiet

1. Lös ekvationen $\left(\frac{x^2}{x^2-6x+9}-1\right)\left(1-\frac{3x-15}{4}\right)+\frac{6x-45}{4x-12}=0$
2. I triangeln ABC är sidorna AB, BC och CA i nämnd ordning 9 cm, 8 cm och 11 cm. Mittpunkten M på sidan BC sammanbindes med en punkt E på sidan AC, så belägen att sträckan ME är 7 cm. Hur stor är vinkeln MEC?
3. En person insatte 400 kr på en sparbanksbok i början av första och tredje kvartalen varje år fr. o. m. år 1940 t. o. m. år 1949. Hur stort banktillgodohavande hade han vid slutet av år 1949? Räntan, som kapitaliserades vid slutet av varje år, beräknades under de första åren efter 3 % men fr. o. m. år 1946 efter $2\frac{1}{2}$ %.
4. I en given cirkel inskrives en liksidig triangel. I denna drages parallellt med en sida en transversal, som delar triangelns yta mitt itu. I den därvid uppkomna topptriangeln inskrives en cirkel. Hur stor del av den givna cirkeln upptar denna?
5. I en liksidig triangel ABC med sidan 8 cm är D, E och F punkter på respektive sidorna AB, BC och CA, så belägna att sträckorna AD, BE och CF i ordning är 1 cm, 2 cm och 3 cm. Beräkna radien i den cirkel, som går genom punkterna D, E och F.

6. I de konvergenta oändliga geometriska serierna $4+4x+4x^2+\ldots$ och $3+3x^3+3x^6+\ldots$ är summorna s_1 respektive s_2. Förhållandet $s_1 : s_2$ är en funktion av x. Förenkla det algebraiska uttrycket för denna funktion, representera funktionen grafiskt, samt ange, vilka värden förhållandet kan anta.
7. I kvadraten *ABCD* tages hörnen *C* och *D* till medelpunkter för cirklar, vilkas radier är lika med kvadratens sida. Cirklarna skär varandra i punkten *E* inom kvadraten. Man kan upprita fyra cirklar, som var och en tangerar en av kvadratens sidor och två av cirkelbågarna *AE*, *BE*, *CE* och *DE*. Bestäm förhållandet mellan dessa fyra cirklars radier.
8. Från en godtycklig punkt inuti en triangel *ABC* fälles normalerna mot triangelns sidor. Deras längder betecknas med n_a, n_b och n_c. Triangelns höjder betecknas med h_a, h_b och h_c. Bevisa sambandet

$$\frac{n_a}{h_a}+\frac{n_b}{h_b}+\frac{n_c}{h_c}=1.$$

Resultat: 1. Rötterna är 6 och $\frac{1}{2}$. 2. 27,46° (vare sig *E* ligger »på sidan *AC*» eller på förlängningen). 3. 9226 kr. 4. $\frac{1}{8}$. 5. $\frac{1}{3}\sqrt{91}=3{,}180$ cm. 6. $y=s_1/s_2=\frac{1}{3}(1+x+x^2)$; $1\leqq y<4$ då $-1<x<1$. 7. 3 : 8 : 18 : 8. 8. Sammanbind punkten med hörnen och uttyck de tre deltrianglarnas ytor i den givna triangelns sidor och de givna storheterna.

Matematiska uppgifter för realgymnasiet

Allmän kurs

1. Funktionen x^3+ax^2+bx+c, där a, b och c är konstanter, har ett minimum $=1$ för $x=0$ och ett maximum för $x=-1$. Bestäm funktionens maximivärde.
2. I ett rätvinkligt koordinatsystem är ekvationerna för en triangels sidor $4x+y-24=0$, $4x-3y+24=0$ och $4x+13y+24=0$. Koordinataxlarna delar triangeln i fyra delar. Bestäm, hur ytorna av dessa förhåller sig till varandra, och ange resultatet i så enkel form som möjligt.
3. De konvergenta oändliga geometriska serierna $4+4x+4x^2+\ldots$ och $3+3x^3+3x^6+\ldots$ har summorna s_1 respektive s_2. Förhållandet $s_1 : s_2$ är en funktion av x. Förenkla det algebraiska uttrycket för denna funktion, representera funktionen grafiskt, samt ange, vilka värden förhållandet kan anta.
4. I triangeln *ABC* är *O* den inskrivna cirkelns medelpunkt. Vinkeln *AOB* är dubbelt så stor som vinkeln *ACB*, och längderna av sidorna *AC* och *BC* förhåller sig som 5 : 8. Hur stora är triangelns vinklar?

5. Kurvparet $y=x^2$ och $y=2x-x^2-1$ skäres av en rät linje med ekvationen $2x+y=a$, där a är en konstant, som kan anta olika värden. Undersök, hur antalet skärningspunkter beror av värdet på a. Ange speciellt de a-värden, för vilka skärningspunkter sammanfaller.
6. Volymen av en rät cirkulär kon är $\frac{2}{3}$ av volymen av en sfär, vars yta är lika stor som konens totala yta. Bestäm konens toppvinkel.
7. Upprita kurvan $y=(x+1)(x-2)^2$ i dess huvuddrag. Tangenten till kurvan i en punkt P skär den räta linjen $4x-3=0$ i punkten R. Punkten P:s projektion på den nämnda linjen är Q. Undersök och åskådliggör i ett särskilt koordinatsystem, hur sträckan QR varierar, när P genomlöper kurvan.
8. För vilka heltalsvärden på konstanten k har ekvationen $18\cos 4x-54\cos 2x+k=0$ lösningar i intervallet $0°<x<30°$?

Resultat: **1.** $f(x)=x^3+1{,}5x+1$ har max. $=1{,}5$. **2.** 3 : 13 : 26 : 10. **3.** Se latingymn. nr 6. **4.** $A=81{,}79°$; $B=38{,}21°$; $C=60°$. **5.** Antal skärn.pkter: för $a<-1$ och $a>3$ finns *två*, för $-1<a<3$ finns *fyra*, för $a=-1$ samt för $a=3$ finns *fyra* varav *två sammanfallande*. **6.** 60° eller 23,07°. **7.** Kurvan har ett max. $=4$ för $x=0$ och ett min. $=0$ för $x=2$. Längden $QR=z=\pm\frac{3}{4}(x^2-2x)(4x-3)$. När x växer från $-\infty$ till 0, avtar z från ∞ till 0 för att över ett max. $=\frac{25}{36}$ för $x=\frac{1}{3}$ avta till 0 för $x=\frac{3}{4}$. Sedan växer z till max. $=\frac{27}{16}$ för $x=\frac{3}{2}$ för att därefter avta till 0 för $x=2$, och växer därpå till ∞. **8.** 37 och 38.

Matematiska uppgifter för realgymnasiet

Specialkurs.

1. Konstruera kurvan $y=\dfrac{x^3}{x^2-1}$ med angivande av eventuella maximi-, minimi- och inflexionspunkter samt asymptoter.
2. Funktionen $y=\sqrt[3]{\dfrac{x^2}{c+x}}$ är given. Visa, att likheten $3x^2\dfrac{dy}{dx}-2xy+y^4=0$ gäller oberoende av värdet på konstanten c.
3. En ellips och en cirkel har samma medelpunkt och lika stora ytor. Kurvornas gemensamma tangenter bildar en romb, vars spetsiga vinklar är 60° . Beräkna ellipsens excentricitet.
4. AB är en diameter i en cirkel med medelpunkten O, CO en mot diametern vinkelrät radie. P är en rörlig punkt på cirkelns periferi och PQ normalen mot AB. P sammanbindes med O och C med Q. Sök orten för skärningspunkten mellan OP och CQ eller deras förlängningar.

5. En funktion T är definierad på följande sätt:
$T=\frac{1}{2}mv^2$, där $v=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$ och $x=A\sin wt$, $y=A\sqrt{2}\sin(wt+\frac{1}{3}\pi)$.
Storheterna m, A och w är positiva konstanter. Bestäm de x- och y-värden, för vilka funktionen T antar ett maximivärde.
6. A är en godtycklig punkt på en given hyperbel, B en punkt på dennas konjugathyperbel, så belägen att sammanbindningslinjen AB är parallell med den ena asymptoten. På denna asymptot är C en godtycklig punkt. Bevisa, att ytan av triangeln ABC är konstant.
7. Till kurvan $y=x^3-2x$ drages två parallella tangenter. Bestäm avståndet mellan dessa som funktion av abskissan för den ena tangeringspunkten P, och undersök denna funktion med avseende på maxima och minima. Åskådliggör slutligen i ett särskilt koordinatsystem, hur det nämnda avståndet varierar, när P beskriver den givna kurvan.

Resultat: 1. Max. i $(-\sqrt{3}; -\frac{3}{2}\sqrt{3})$, min. i $(\sqrt{3}; \frac{3}{2}\sqrt{3})$; terrasspkt i (0; 0); asymptoter: $x=\pm 1$ och $y=x$. 3. $\frac{1}{3}\sqrt{8}$. 4. En parabel med vertex i CO:s mittpkt och med AB till parameter. 5. $x=\frac{1}{2}A\sqrt{2}$ och $y=-\frac{1}{2}A(\sqrt{3}-1)$ eller $x=-\frac{1}{2}A\sqrt{2}$ och $y=\frac{1}{2}A(\sqrt{3}-1)$. 7. Då origo är centrum, räcker det att söka avståndet (z) från origo till en tangent; $z^2=\pm 4x^6:[1+(3x^2-2)^2]$, där x är abskissan för P. Avståndet mellan tangenterna, $2z$, har max.$=2\sqrt{2}$ för $x=\pm 1$ och min.$=\frac{10}{9}\sqrt{6}$ för $x=\pm\frac{1}{3}\sqrt{15}$. — Se uppg. 6 v. t. 1939.

Uppgifter i fysik

1. En låda, som väger 50 kg, befinner sig i vila på ett horisontellt golv. Man skjuter lådan 10 m längs golvet med en horisontell kraft av 15 kp. Den överlämnas sedan åt sig själv och glider då 1,0 m innan den stannar. Beräkna friktionskoefficienten mellan lådan och golvet.
2. En stol med fyra ben står på ett plant horisontellt golv. Kontaktpunkterna med golvet bildar därvid hörnen i en rektangel $ABCD$. Avståndet mellan det främre benparet AB och det bakre benparet CD är 40 cm. Man påverkar stolen med en kraft som är horisontell, vinkelrät mot AB och belägen i det vertikalplan, som halverar AB och CD. Vill man med denna kraft få stolen att falla bakåt utan att glida, måste kraften anbringas minst 60 cm ovanför golvet. För att få stolen att falla framåt utan att glida måste kraften anbringas minst 90 cm ovanför golvet. Hur stor är friktionskoefficienten mellan stolsbenen och golvet? Lösningen skall åtföljas av figurer, där de på stolen verkande krafterna är utsatta.

3. En värmeisolerad kalorimeter med tillbehör hade värmekapaciteten (vattenvärdet) 45 cal/grad och innehöll 200 g vatten. Hela systemets temperatur var 50° C. Man tillförde 65 g nollgradig is men fann, att temperaturen efter omröring sjunkit alltför mycket och önskade med hjälp av en i vattnet nedförd motståndsspiral på elektrisk väg höja denna temperatur till 25° C. Hur lång tid erfordrades för uppvärmningen, om spiralens resistans var 12,0 ohm och strömstyrkan genom densamma var konstant 0,50 A?
4. Huvudsnittet i ett glasprisma är en fyrhörning *ABCD*, där vinkeln *A* är 90°, vinkeln *B* 75° och vinkeln *C* 135°. Dessutom är vinkeln mellan diagonalen *AC* och sidan *AB* 60°. Ett smalt knippe monokromatiskt ljus infaller i huvudsnittet mot *AB*, och prismat har vridits så, att den brutna strålen går parallellt med diagonalen *AC* innan den träffar sidan *BC*. Där inträffar totalreflexion, varefter strålen utträder genom sidan *AD*. Beräkna vinkeln mellan den infallande och den utträdande strålen. Figur återgivande strålgången krävs.
5. En astronomisk tub är inställd så, att ett normalt öga utan ackommodation tydligt kan se ett avlägset föremål genom tuben. I det strålknippe, som lämnar okularet, placeras en positiv lins *L* med brännvidden 30 cm, och ännu längre bort placeras en skärm vinkelrätt mot linsernas gemensamma huvudaxel. Objektivets brännvidd är 100 cm och okularets 4 cm. Kikaren riktas mot solen och man ställer in skärmen så, att man erhåller en verklig bild av solen på densamma. Hur stor blir solbildens radie, då solens synvinkel är 32′? Vid behandlingen får antagas att linsen *L* placerats omedelbart intill okularet. I figuren skall återgivas strålgången för det knippe, som passerar objektivets optiska medelpunkt.
6. Två batterier *A* och *B* med emk respektive 5 V och 3 V samt inre resistansen respektive 25 ohm och 9 ohm är parallellkopplade med lika poler åt samma håll. Det sammansatta batteriet slutes genom ett yttre motstånd. Hur stor skall dettas resistans vara, för att strömstyrkan genom *A* skall bli dubbelt så stor som genom *B* och riktad åt samma håll? Kopplingsschema erfordras.
7. Ett tåg, som väger 900 ton, skall efter att ha passerat en station åter öka sin hastighet. När det nått hastigheten 45 km/tim befinner det sig i en uppförsbacke med lutningen 1 : 200. Friktions- och luftmotstånd uppgår då till 0,4 % av tågets tyngd. Just i detta ögonblick är tågets acceleration 0,15 m/sek². Tåget drivs av ett ellok som matas med enfas växelström av spänningen 16 kV. Det kan antas att 90 % av den elektriska energin kommer tåget tillgodo. Hur stor är effektfaktorn om strömstyrkan är 210 A?
8. En yta av storleken 1 cm², som befinner sig på avståndet 150 miljoner km från solen och träffas vinkelrätt av dess strålning, mot-

tager 1,93 cal/min. Under antagande, att solen utsänder lika mycket energi i alla riktningar, kan man ur denna uppgift beräkna den totala effekt, solen utstrålar. Man antar att denna utstrålning förorsakar en massförlust hos solen. Hur stor är denna per dygn? — Enligt relativitetsteorin motsvarar en massa m en energimängd E enligt formeln

$$E=mc^2$$

där c är ljusets hastighet (300 000 km/sek). Om man uttrycker m i kg och c i m/sek får man därvid energin uttryckt i joule.

Resultat: 1. 0,3 ($^3/_{11}$). 2. 0,3 ($^4/_{15}$). 3. 16,2 min. 4. 90°. 5. 3,5 cm. 6. 17,5 ohm. 7. 0,88. 8. $365 \cdot 10^{12}$ kg.

Realexamen h. t. 1956

Provräkning

1. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 4{,}2x+1{,}8y=3{,}9 \\ 7x-2{,}4y=1{,}1 \end{cases}$
2. I en cirkel med radien 6,5 dm drages diametern AC och kordorna AB och CD, vilkas längd är 12 dm och 6,5 dm respektive. Punkterna B och D ligger på var sin sida om AC. Om BC och AD drages, erhålles en fyrhörning $ABCD$. Beräkna dennas omkrets.
3. Dividenden i en division är 0,42 och kvoten 0,2. Varmed skall divisorn multipliceras, för att produkten skall bli 1,53?
4. Storleken av landytorna av Sveriges tre huvuddelar framgår av följande tabell:

Landsdel	Landyta i tusental km²
Norrland	243
Svealand	80
Götaland	87

En cirkel är delad i tre sektorer, vilkas ytor är proportionella mot de nämnda landytorna. Beräkna sektorernas medelpunktsvinklar på 0,1° när.

5. Ett telefonsamtal mellan Båstad och Malmö kan kopplas antingen av en telefonist eller av abonnenten själv. I det förra fallet betalar man 50 öre för varje påbörjad 3-minutersperiod, i det senare fallet 6 öre för varje påbörjad 24-sekundersperiod. En person i Båstad har ett samtal, som varar i 5 minuter, med en person i Malmö. Hur många procent billigare blir samtalet, om han kopplar det själv, än det skulle ha blivit, om han hade anlitat telefonisten?
6. Järnvägsstationerna i två städer är belägna på ett avstånd av

17 km från varandra, oavsett om man beräknar avståndet längs järnvägslinjen eller utefter den närmaste bilvägen. Vill man åka bil mellan stationerna, måste man på vägen genom de samhällen, som man passerar, sammanlagt 20 % av hela vägsträckan, begränsa hastigheten till högst 50 km/tim. Resten av vägen utgöres av bilväg utan hastighetsbegränsning. En bilist önskar tillryggalägga avståndet mellan de båda järnvägsstationerna på samma tid som snälltågen, vilkas hastighet är 75 km/tim. Med vilken hastighet skall han då köra på bilvägen, om han på sträckorna med fartbegränsning håller en hastighet av 50 km/tim?

7. Två cirklar med radien 1,5 cm tangerar varandra utantill i punkten *A*. En gemensam tangent berör cirklarna i punkterna *B* resp. *C*. Därvid uppkommer en figur *ABC*, begränsad av två cirkelbågar, *AB* och *AC*, och en rät linje *BC*. I denna figur inskrives en cirkel, som tangerar såväl cirkelbågarna som den räta linjen. Hur många procent av figuren *ABC*:s yta upptar den sålunda inskrivna cirkeln? Som värde på π användes 3,14.
8. En s. k. obelisk har formen av en uppåt avsmalnande lodrät pelare med plana sidoytor, upptill avslutad med en rät pyramid. Pelarens vågräta genomskärningsyta är överallt kvadratisk. Den nedre basytans sida är 1 m, den övres hälften så stor. Den sistnämnda ytan sammanfaller med pyramidens basyta. Pyramidens kantlinje är 5 dm, och obeliskens totala höjd är 9,6 m. Beräkna obeliskens volym.

Resultat: **1.** $x=0{,}5$; $y=1$. **2.** $23{,}5+0{,}5\sqrt{507}=34{,}76$ dm. **3.** $\frac{51}{70}$. **4.** 213,4°; 70,2°; 76,4°. **5.** 22 %. **6.** 85,7 km/tim. **7.** $12{,}5\pi:(4-\pi)=45{,}6$ %. **8.** $(5600-125\sqrt{2})$ dm^3 = 5,4 m^3.

Provräkning i realexamen (avkortad kurs)

2. I en damm, vars yta är 1 ha 9 a, finnes havsvatten till 2 dm djup överallt. Hur många ton koksalt skulle kunna erhållas genom denna vattenmassas avdunstning, då 1 liter vatten innehåller 25 g salt?
3. En handlande har två kaffesorter; den ena sorten kostar 3,75 kr för 250 g och den andra 8 kr för $\frac{1}{2}$ kg. Han blandar den billigare och den dyrare sorten i viktsförhållandet 2:3. Beräkna priset på blandningen i kr/kg.
7. En person ämnade placera 10 000 kr. Han köpte största möjliga antal 4 % obligationer å nominellt 1000 kr till 95 % kurs. Resten insatte han i en bank, som gav 3 % ränta. Hur stor blev på detta sätt hans årliga ränteinkomst?

Uppg. 1, 4, 5, 6, 8 utgjordes av uppg. 1, 3—6 i realex.provet, oavkortad kurs.

Resultat: **2.** 54,5 ton. **3.** 15,60 kr/kg. **7.** 415 kr.

Praktisk realexamen h. t. 1956

Uppgifter i fysik för maskinteknisk linje[1]

1. Ett fartyg, som med last väger 12 000 ton, är på resa mellan två platser, där havsvattnets täthet är 1,001 g/cm³ respektive 1,025 g/cm³. Hur mycket djupare ligger fartyget på den förra platsen än på den senare? Fartygets genomskärningsyta i vattenlinjen är 2000 m². Denna yta kan antas oförändrad, om fartygets djupgående ändras.
2. En vindmotor tillgodogör sig 40 % av vindens rörelseenergi. Vilken effekt i hästkrafter lämnar motorn, om den på vingytan verkande luftströmmen har ett tvärsnitt av 15 m² och vindens genomsnittshastighet är 8 m/sek? Luftens täthet kan sättas = 1,25 kg/m³ och tyngdkraftens acceleration = 10 m/sek². 1 hk = 75 kpm/sek.
3. En rektangulär och helt fylld låda ligger på den vågräta marken vilande på sin största sidoyta. En vertikal sidoyta *ABCD* har kanten *AB* liggande utefter marken, och dess proportioner är $AB : BC = \sqrt{3} : 1$. Lådan skall vältas kring kantlinjen *B*, så att i stället kanten *BC* kommer att ligga utefter marken, genom att man lyfter rakt uppåt med grepp vid kanten *A*. Visa, att den kraft man behöver använda, då man vält lådan så långt, att *BA* vridits 30°, är två tredjedelar av den man behövde i första ögonblicket.
4. En vågrätt liggande cylinder, som är försedd med en tättslutande, rörlig kolv, innehåller luft av temp. 0° C och trycket 4 kp/cm². Avståndet från kolven till cylinderns botten är 0,2 m, och kolvens genomskärningsyta är 300 cm². Då gasen uppvärmes, pressas kolven ut och utför därvid ett arbete. Beräkna det arbete, som utföres, om temperaturen höjes till 182° C, och kolven därvid pressas ut, så att trycket hela tiden är lika stort. Luftens temp. koefficient är 1/273.
5. Vid förbränning av en stenkolssort med effektiva förbränningsvärmet 7500 kcal/kg bortgår per kg kol 30 m³ rökgaser av temperaturen 273° C och trycket 760 mm Hg. Dessa rökgasers sammansättning är sådan, att vikten vid 0° C och 760 mm Hg kan beräknas till 1,4 kg/m³. Rökgasernas specifika värme är 0,25 cal/g · grad. Kolets och förbränningsluftens temperatur är 0° C. Beräkna hur många procent av kolets förbränningsvärme som bortgår med rökgaserna.
6. En bil är försedd med ett ackumulatorbatteri, vars elektromotoriska kraft är 6,0 volt och inre resistans 0,060 ohm. Då bilens startmotor

[1] Provet för kemisk-teknisk linje utgjordes av uppg. 1, 4—8 för maskinteknisk linje jämte en uppg. på tunna linser och en på elektrolys. Provet för teleteknisk linje utgjordes av uppg. 1—3, 6—8 för maskinteknisk linje jämte två för linjen avpassade uppg. i ellära.

tillkopplas, visar en voltmeter, att batteriets polspänning blir 5,1 volt. Hur stark är då strömmen genom startmotorn?

7. Man har två värmeelement av konstantantråd, det ena stämplat: 120 volt, 240 W och det andra: 120 volt, 480 W. Hur stor blir den sammanlagda värmeutvecklingen per sekund, om man seriekopplar de båda elementen och ansluter dem till 240 volt? Man kan räkna med att resistansen hos konstantantråden är konstant vid olika temperaturer.
8. Ett ackumulatorbatteri med mycket liten inre resistans anslutes till ändpunkterna av ett motstånd på 200 ohm. Spänningen över en fjärdedel av detta motstånd skall mätas med en voltmeter. Hur stor måste denna voltmeters resistans minst vara, för att felet i mätningen ej må överstiga 2 %?

Resultat: 1. 14 cm. 2. 2,56 hk. 4. Det av *gasen* vid utvidgningen utförda arbetet är 160 kpm. 5. 19,1 %. 6. 15 A. 7. 640 W. 8. 1840 ohm.

Kemi med laboratorieteknik för kemisk-teknisk linje

1. Angiv kemiska formler för följande ämnen:
   a) soda, b) släkt kalk, c) bränd gips, d) aceton, e) anilin, f) aminoättiksyra.
2. Angiv reaktionsformler för de reaktioner, som äger rum, då följande ämnen reagera med varandra:
   a) järn och utspädd svavelsyra
   b) koppar och salpetersyra
   c) zinksulfatlösning och natronlut i överskott
   d) kaliumpermanganat och oxalsyra i sur lösning.
3. Redogör för gruppindelningen vid den kvalitativa kemiska analysen. Angiv gruppreagenserna samt fällningarnas formler.
4. Angiv lämpliga laboratoriemetoder för framställning av följande ämnen samt reaktionsformler för förloppen:
   a) koldioxid, b) klor, c) svaveldioxid.
5. Vad menas med en lösnings pH-värde? Redogör för någon metod att bestämma detta.
6. Nämn något om äggviteämnenas sammansättning och egenskaper. Redogör även för några viktiga reaktioner på äggviteämnen.
7. En kemisk förening visade sig vid analys innehålla 77,41 % kol, 7,53 % väte och resten kväve. Beräkna den enklaste empiriska formeln.
8. 10,00 ml av en viss natronlut förbrukade för neutralisation 12,50 ml 0,1-n saltsyra. Luten användes sedan för bestämning av ekvivalentvikten för en organisk syra, varvid 0,2420 g av syran förbrukade 32,10 ml lut. Beräkna syrans ekvivalentvikt.

9. Hur många liter syre av 0° 760 mm Hg åtgår för fullständig förbränning av 2 g bensin, om denna antages bestå av lika viktsmängder hexan och heptan?
10. För att bestämma järnhalten i ett malmprov löstes 0,2438 g av provet i svavelsyra. Efter reduktion av 3-värt järn till 2-värt titrerades lösningen med 0,1-n kaliumpermanganatlösning, varvid 21,84 ml av denna förbrukades. Hur många procent järn innehöll malmen?

Resultat: **7.** C_6H_7N, sannolikt $C_6H_5 . NH_2$. **8.** 60,32. **9.** 4,9(4) l. **10.** 50,0 %.

Beskrivande maskin- och byggnadslära för maskin-teknisk linje

1. I en lyftkran har spelet en dubbel kuggväxel. Första växelns kuggantal är 12 och 70 för drevet och hjulet. I andra växeln är kuggantalen 16 och 90. Spelet drives av två man, som arbetar med en kraft av i medeltal 15 kp vardera på varsin vev med 450 mm radie. Lintrummans diameter är 250 mm. Rita en schematisk skiss av spelet och beräkna, hur stor last som kan lyftas, om hela maskineriets verkningsgrad är 85 %.
2. Vid ett dragprov användes en cylindrisk provstav med 16 mm diameter. Finmätningslängden var 100 mm. Försökstabellen såg ut på nedanstående sätt. Beräkna a) ungefärliga proportionalitetsgränsen, b) brottgränsen, c) elasticitetsmodulen, alla i kp/mm².

Belastning i kp	Förlängning i mm	Belastning i kp	Förlängning i mm
0	0,0000	2500	0,0625
500	0,0125	3000	0,0750
1000	0,0250	3500	0,0900
1500	0,0376	—	—
2000	0,0501	7200	Brott

3. En förbränningsmotors axeleffekt och verkningsgrad bestämdes genom utbromsningsförsök. Bromskraften (periferikraften) på bromsskivan uppmättes till 43 kp och varvtalet till 600 r/min. På 15 minuter förbrukade motorn 0,53 kg brännolja med ett värmevärde av 10 100 kcal/kg. Bromsskivans diameter var 400 mm. Beräkna a) axeleffekten, b) verkningsgraden.
4. I en 8 mm tjock plåt skall stansas ett hål i form av en rektangel med sidorna 20 och 25 mm. Plåtens hållfasthet mot skjuvning är 40 kp/mm². Beräkna tryckpåkänningen i stansen.
5. En axel är utsatt för ett böjmoment av 20 000 kpcm och skall överföra 50 hk vid 150 r/min med en högsta tillåten böjspänning av 400 kp/cm². Beräkna diametern.

6. På ett svenskt s. k. drivgaslok, försett med en dieselmotor och en gasturbin, gjordes mätningar på effekten vid drivhjulen för olika hastigheter. Vid stillastående befanns dragkraften var 15,2 Mp. Under gång bestämdes effekten i hk till de belopp, som framgår av nedanstående tabell. Beräkna för de angivna hastigheterna dragkraften och rita ett diagram, som anger, hur dragkraften i Mp varierar med körhastigheten i km/h. Avläs ur detta dragkaften vid 50 km/h.

Körhastighet km/h	10	20	40	60	80	90
Effekt vid drivhjulen hk	510	790	1000	1020	970	930

7. En ångpannas manometer visar 16 kp/cm². Pannan alstrar 8000 kg torr mättad ånga per timme och matas med vatten av 72° temperatur. Dess verkningsgrad kan antagas till 78 %. Oljans värmevärde är 9800 kcal/kg och dess täthet 0,94 kg per dm³. Hur många liter olja förbrukas per timme?
8. En bil, som kör med 80 km/h bromsas så hårt, att hjulen står stilla. a) Hur lång blir bromssträckan, om friktionskoefficienten mellan däcken och vägbanan är 0,7? b) Hur lång blir den, om friktionskoefficienten på grund av isbeläggning sjunkit till 0,06? c) Vad riskerar man med avseende på bilens rörelser, om man bromsar på detta sätt, särskilt i det senare fallet? d) Hur bör man avpassa bilens fart, bromsningen etc. för att så vitt möjligt undvika riskerna?

Resultat: **1.** 3000 kp. **2.** a) 15 kp/mm², b) 35,8 kp/mm², c) 19 900 kp/mm². **3.** a) 7,2 hk, b) 21,3 %. **4.** 57,6 kp/mm². **5.** Välj 95 mm (93 mm). **6.** 5,6 Mp. **7.** 663 l/tim. **8.** a) 36 m, b) 420 m.

Författare i detta häfte: lektor B. Adell, Lund; dr. H. Behrbohm, Linköping; fil. lic. G. Björck, Stockholm; fil. dr K. Bockasten, Lund; fil. dr D. Dyrssen, Stockholm; docent Aina Elvius, Saltsjöbaden; lektor G. Forsberg, Malmö; fil. lic. W. Forsling, Stockholm; docent T. R. Gerholm, Uppsala; lektor B. Grundström, Djursholm; fil. lic. N. Hansson, Lund; lektor S. Hilding, Stockholm; docent L. Huldt, Stockholm; lektor C. V. Jonsson, Ludvika; lektor T. Jönsson, Stockholm; byrådirektör G. Kjellberg, Stockholm; lektor B. Liljeqvist, Stockholm; fil. dr B. Lindblad, Lund; lektor O. Lindstad, Oslo; tekn. lic. T. Lindström, Stockholm; rektor E. Lunell, Skellefteå; docent L. Melander, Stockholm; lektor A. Mårtensson, Stockholm; tekn. lic. B. Nagel, Stockholm; lektor E. Nordefeldt, Stockholm; direktör E. Nordén, Stockholm; lektor H. Nordström, Stockholm; amanuens L. Nystedt, Stockholm; docent C. Reutersvärd, Uppsala; fil. lic. H. Riesel, Stockholm; tekn. lic. N. G. Sjöstrand, Stockholm; lektor G. Starck, Stockholm; lärov. adj. J. Stark, Hässleholm; lärov. adj. G. Thölin, Lund.

Trettionionde årgångens innehåll
1956

Adell, B. Föreningen i Lund för matematisk-naturvetenskaplig undervisning, möte i april 1956 114

Adell, B. och Thölin, G. Framställning av vätgas ur vattenånga och järnpulver 264

Ahnlund, Katarina. Transmutations of Light Nuclei. Experimental Determinations of Reaction Energies, Atomic Masses and Angular Distributions (autoref. av gradualavh.) 120

Andersson, B. Anm. av Lin, The Theory of Hydrodynamic Stability (125), Vennard, Elementary Fluid Mechanics (208).

Andersson, S. Studieresa anordnad av Industriens Upplysningstjänst ... 192

— The Reactions Between Ethylene Oxides and Ammonia (autoref. av gradualavh.) 51

Augustinsson, K.-B. Anm. av Haurowitz, Biochemistry 63

Behrbohm, H. Anm. av Heilbronn, Intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre par la méthode de Drach (122), Heilbronn, Intégration des équations différentielles ordinaires par la méthode de Drach (280).

Björck, G. Anm. av Mirsky, An Introduction to Linear Algebra (203), Dölp/Netto, Grundzüge und Aufgaben der Differential- und Integralrechnung (204), Gask, Ordinära differentialekvationer (277), Denjoy, Articles et mémoires (279).

Blom, C. E. Hastighet-tid-diagram 42

Blom, G. Anm. av Colloque sur l'analyse statistique (123), Glaven, Om metoder for afstemninger og valg (107).

Bockasten, K. Undersökningar över spektra av två och tre gånger joniserat kol (autoref. av gradualavh.) 267

Bodén, E. Anm. av Wallenquist, Planeten Mars 286

Bohlin, H. En egendomlig lagbundenhet hos solsystemet 88

Borg, G. Anm. av Menger, Géometrie générale 54

Bruno, B. Anm. av Peierls, The Laws of Nature 53

Bäcklin, K. E. Anm. av Gay/Fawcett/McGuinnes, Mechanical and Electrical Equipment for Buildings 62

Bäcklund, B. Gittermodell till fältelektronmikroskopet 19

— Anm. av Prandtl, Deutsche Chemiker in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts 218

Dagerholm, K. Kurs i matematisk statistik 13—16 aug. 1956 189

Dahlin, E. Anm. av Holowenko, Dynamics of Machinery 133
Danielson, S. Anm. av Newell, Vector Analysis (205), Monjallon, Initiation au calcul matriciel (206).
Domar, Y. Harmonic Analysis Based on Certain Commutative Banach Algebras (autoref. av gradualavh.) 195
Dyrssen, D. Investigations on chelating agents for the extraction of lanthanide and actinide elements (autoref. av gradualavh.) 273
Eklöf, O. Astronomikursen i skolan och astronomiläroböckerna 165
Ekspong, G. Some Properties of the Soft Component of Cosmic Radiation. Neutral Mesons (autoref. av gradualavh.) 45
Elvius, Aina. Diffraction and Polarization of Light by Interstellar Particles in Spiral Galaxies (autoref. av gradualavh.) 269
Englund, B. Demonstration av Dulong-Petits lag (42), Fosfor(5)bromidens termiska dissociation (43), »Omvänd förbränning» (112), Den osynliga glasstaven (112), Formeln för ammoniak (178), Kurs i mikroanalys för kemilärare (192).
— Anm. av Mohler, Elektronentheorie der Chemie (137), Fierz-David, Die Entwicklungsgeschichte der Chemie (137), Blume, Atomer (228).
Eriksson, K. Framställning av klor och alkali enligt kvicksilvermetoden.. 180
Faxén, H. Anm. av Gouyon, Le problème de mécanique rationelle à l'agrégation (54), Bouligand, Mécanique rationelle (208).
Forsberg, G. Anm. av Bolin/Gustaver, Från kemins arbetsfält 289
Forslind, E. Anm. av Jaswon, The Theory of Cohesion 57
Forsling, W. Anm. av Neutron Cross Sections (287), Chemical Processing and Equipment (288).
Ganelius, T. Anm. av Lelong-Ferrand, Représentation conforme et transformations à intégrale de Dirichlet bornée 123
Gerholm, T. R. Coincidence Spectroscopy (autoref. av gradualavh.) 268
Glad, S. Studies of the spectra of singly-ionized carbon, CII, and doubly-ionized iron, Fe III (autoref. av gradualavh.) 200
Glas, E. Anm. av Whitfield, An Introduction to Electronics for Physiological Workers (59), West, Servomechanics (135), Neeteson, Vacuum Valves in Pulse Technique (211).
Grundström, B. Anm. av Hutten, The Language of Modern Physics 284
Gustaver, B. Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning. Årsmöte i jan. 1956 43
Hanner, O. Anm. av Kamke, Mengenlehre (201), Hall/Spencer, Elementary Topology (202), Colloque sur les questions de réalité en géométrie (207).
Hansson, J. A Kinetic Study of the Addition of Amines to Propylene Oxide (autoref. av gradualavh.) 48
Hansson, N. Observationer i astronomi avsedda för skolstadiet 251

Hellsten, U. Anm. av Poli/Delerue, Le calcul symbolique à deux variables et ses applications (54), Coddington/Levinson, Theory of Ordinary Differential Equations (121).
Hemer, O. Härledning av transformationsformlerna vid vridning av ett rätvinkligt koordinatsystem 41
— Anm. av Klein, Famous Problems of Elementary Geometry, Sheppard, From Determinant to Tensor, MacMahon, An Introduction to Combinatory Analysis, Mordell, Three Lectures on Fermat's Last Theorem 205
Hertz, H. Untersuchung spezieller Formen der Koronaentladung an Spitzen und Drähten (autoref. av gradualavh.) 50
Hilding, S. Anm. av Colerus, Från punkten till fjärde dimensionen (277), Andres/Miser/Reingold, Basic Mathematics for Science and Engineering (283), Salmon, Conic Sections (283).
Hjerting, F. Spatlen som bliver usynlig (39), Deformation of et fast legeme (39), Centrifugalvirkningen (39), Refraktionen (113), Solens granulation (113), Jordens og månens rotation om et fælles tyngdepunkt (183), Et roterende legemes omdrejningsakse holder sig konstant (184), Diffus spredning af lyset (185).
Huldt, L. Nobelpriset i fysik 1955 1
— Anm. av Poincaré, Électricité et optique 290
Hultqvist, B. Studies on naturally occurring ionizing radiations, with special reference to radiation dosis in Swedish houses of various types (autoref. av gradualavh.) 196
Hörmander, L. On the Theory of General Partial Differential Operators (autoref. av gradualavh.) 118
Ingelstam, E. Anm. av Heavens, Optical Properties of Thin Films 61
Jenvall, A. Natriumlinjens omvändning 182
Jonsson, C. V. Anm. av Yiftah, Constantes fondamentales des théories physiques 279
Jönsson, T. Anm. av Statens Naturvetenskapliga Forskningsråds Årsbok, 8:e årg., 1953/54 (64), Beck, Thermionic Valves (132), Yarwood, High Vacuum Technique (133), Pollermann, Bauelemente der physikalischen Technik (134), Münzinger, Atomkraft (134), Moore, Earth Satellite (214), Gartmann, Raketen (214), Parson, Guided Missiles in War and Peace (214), Thomas, Physical Formulae (290).
Kirsten, W. Anm. av Krzikalla, Rechentafeln zur chemischen Elementaranalyse 136
Kjellberg, B. Pedagogiska problem i skolmatematiken. Seminarier under vårterminen 1956 vid Uppsala universitet 114
Kjellberg, G. Anm. av Machine Translation of Languages 274

Klein, J. Om vägning vid kemiska laborationer 40
Kredell, B. Anm. av Pollaczek, Sur une généralisation des polynomes de Jacobi 202
Kristiansson, K. Photo-metric Mass. Determinations on Heavy Mesons in Nuclear Emulsions (autoref. av gradualavh.) 197
Källén, Y. och Källén, G. Relativitetsteori 153
Lennander, S. Anm. av Bachman, Physics. A Descriptive Interpretation 131
Liljeqvist, B. Anm. av Blackwood/Kelly, General Physics 284
Lindblad, B. Combined Visual and Radar Observations of Perseid Meteors (autoref. av gradualavh.) 272
Lidén, K. Anm. av Sharpe, Radiation Detectors 212
Lindstad, O. Litt om ski-hopping 93
— Om treghetskrefter 261
Lindstedt, G. Anm. av Grignard, Traité de chimie organique, Tome XXIII 135
Lindström, T. och Mårtenson, A. Elektriska kopplings- och uttagssystem för laboratorier 245
Ljunggren, T. Några synpunkter på realgymnasiets dynamikkurs 102
Lundquist, O. Kurs i fysik för lärare vid gymnasier och realskolor i Lund 6—15 aug. 1956 191
Lunell, E. Anm. av The Teaching of Mathematics in Technical Colleges 276
Löfgren, L. Anm. av Wass, An Introduction to Electronic Analogue Computors 56
Magnéli, A. Anm. av Guinier/Fournet, Small-Angle Scattering of X-Rays 128
Melander, L. Anm. av Friedlander/Kennedy, Nuclear and Radiochemistry (129), Hine, Physical Organic Chemistry (286).
Mellis, O. Anm. av Lapadu-Hargues, Precis de Mineralogie 65
Minnhagen, L. Anm. av Halliday, Introductory Nuclear Physics 60
Mårtensson, A. och Lindström, T. Elektriska kopplings- och uttagssystem för laboratorier 245
Nagel, B. Anm. av Campbell, Théorie générale de l'équation de Mathieu (281), Brillouin/Parodi, Propagation des ondes dans les mileux périodiques (282).
Nilsson, S. G. On Some Properties of Nuclear States (autoref. av gradualavh.) 116
Nordefeldt, E. Anm. av Reinboldt, Chemische Unterrichtsversuche (65), Ganzenmüller, Beiträge zur Geschichte der Technologie und der Alchemie (289).
Nordén, E. Trådtöjningsmätning 229
Nordström, H. Anm. av Wetterfors, Stjärnor 285

Nylinder, S. Anm. av Stepanoff, Turboblowers 213
Nystedt, L. Anm. av Bauer, Champs de vecteurs et de tenseurs 278
Nyström, J. Framställning av temperaturer under 1 grad Kelvin 29
Odqvist, F. Anm. av Pailloux, Élasticité 207
Olson, Hj. Vårt dekadiska positionssystem och nollan 14
Pauli, R. Investigation of Some Nuclear Reactions with Light Elements (autoref. av gradualavh.) 119
Porath, J. Nobelpriset i kemi 1955 8
Proschwitz, von K. Anm. av Olson/Hjalmars, Stereometri för reallinjens matematiska gren 124
Raab, L. Anm. av Penman, Humidity 210
Reutersvärd, C. On the Isotopic Constitution of Potassium (autoref. av gradualavh.) 271
Riesel, H. Några stora primtal 258
— Anm. av Zamansky, La sommation des séries divergentes (125), Dubreil, Algèbre I (203), Colloque sur la théorie des nombres (275).
Risberg, P. Våglängder och termsystem för Na I, K I, Mg II och Ca II (autoref. av gradualavh.) 198
Rydberg, J. Studies of Complex Formation by Means of a Liquid-Liquid Distribution Method (autoref. av gradualavh.) 47
Råde, L. Sannolikhetskalkyl och statistik på gymnasiet 171
— Anm. av Reddick/Miller, Advanced Mathematics for Engineers (55), Maxwell, An Analytical Calculus (57).
Samén, E. Anm. av English/Cassidy, Principles of Organic Chemistry .. 217
Sandgren, L. Analytisk geometri och funktionslära på gymnasiet 23
— Kurs i funktionslära 8—11 aug. 1956 187
Siegbahn, K. Anm. av Mayer/Jensen, Elementary Theory of Nuclear Shell Structure 60
Sillén, L. G. Anm. av Garner, Chemistry of the Solid State 215
Sjögren, B. Anm. av Littler/Raffle, An Introduction to Reactor Physics 211
Sjögren, K. Anm. av Kosmos bd 33, 1955 219
Sjöstrand, N. G. Anm. av Thompson/Rodgers, Thermal Power from Nuclear Reactors 284
Slätis, H. Anm. av Andrew, Nuclear Magnetic Resonance och Grivet, La résonance paramagnétique nucléaire 126
Staffansson, E. Anm. av Sproull, Modern Physics 130
Starck, G. Nobelpriset i fysiologi och medicin 1955 till Hugo Theorell (13), Svenska Kemistsamfundets Berzeliusdagar 3—4 jan. 1956 (44), Kopparhalten i en 1-öring (111), Fluorvätesyrans styrka vid olika temperaturer (185), Bestämning av etylen i lysgas (186), En användning av rakblad vid kemiska försök (265).

Stark, J. Karat och lödighet 267
Svartholm, N. Anm. av Sturrock, Static and Dynamic Electron Optics 209
Sydow v., E. The Normal Fatty Acids in Solid State. A Crystal Structure Investigation (autoref. av gradualavh.) 199
Tandberg, J. Anm. av Powell/Campbell/Gonser, Vapor Plating (62), Slaymaker, Bearing Lubrication Analysis (136).
Theorell, H. Oxidationsenzymernas natur och verkningssätt 77
Thölin, G. och Adell, B. Framställning av vätgas ur vattenånga och järnpulver 264
Torfgård, H. Ett kastproblem 108
Trane, Hj. En vågrörelseapparat (37), En apparat för demonstration av Boyles lag (38), Resonans (110).
Ubisch H, von. Anm. av Anm. av Electromagnetically Enriched Isotops and Mass Spectrometry 209
Wetterwik, E. Apparat för att visa ytspänning och optisk interferens (16), Avmagnetisering av ur (40), Cartesii dykare (109).
Wranglén, G. Studies on the Growth, Form and Structure of Electrodeposited Metals (autoref. av gradualavh.) 117
— Anm. av van Rysselberghe, Electrochemical Affinity 216

Under rubriken »Aktuellt»:
Svenska Kemistsamfundets Berzeliusdagar 3—4 jan. 1956 (44); Föreningen för matem. naturv. undervisning, årsmöte i Stockholm i jan. 1956 (43); Föreningen i Lund för matem. naturv. underv. möte i april 1956 (114); Pedagogiska problem i skolmatematiken, seminarier vid Uppsala universitet våren 1956 (114); Stipendier för kemistudier i Tyskland (115); Kurser under sommaren 1956: funktionslära (187), matematisk statistik (189), fysik (191), halvmikroanalys (192). Studieresa anordnad av Industriens Upplysningstjänst (192).
Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 68, 138, 220, 291
Matem. och fysikaliska uppg. vid studentskrivningar och fyllnadsprövningar 1956: jan. (71), mars (141), aug. (223), nov. (294).
Provräkning i realexamen vt och ht 1956 ..... 147, 299
Praktisk realexamen vt och ht 1956: Uppg. för maskinteknisk linje fysik (149, 301), i maskin- och byggnadslära (151, 303). Uppg. för kemisk-teknisk linje i kemi och laboratorieteknik (150, 302).

Gradualavhandlingar (autoreferat): Katarina Ahnlund (120); S. Andersson (51); K. Bockasten (267); Y. Domar (195); G. Ekspong (45); Aina Elvius (269); T. R. Gerholm (268); S. Glad (200); J. Hansson (48); H. Hertz (50); B. Hultqvist (196); L. Hörmander (118); K. Kristiansson (197); B. Lindblad (272); S. G. Nilsson (116); C. Reutersvärd (271); P. Risberg (198); R. Pauli (119); J. Rydberg (47); E. v. Sydow (199); G. Wranglén (117).

Lund 1956, Håkan Ohlssons boktryckeri.

En god grund

för fortsatta studier i matematik

NYHLÉN—AMUNDSSON—BROMAN

UNKTIONSLÄRA och ANALYTISK GEOMETRI

Innehåller kursen för realgymnasiets matematiska gren, framlagd på ett nytt och särskilt för matematiskt intresserade elever lämpligt och stimulerande sätt.

Godkänd av Statens läroboksnämnd

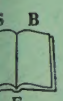
Inb. 12:—

Av samma författare har tidigare utkommit:

PLANIMETRI och TRIGONOMETRI

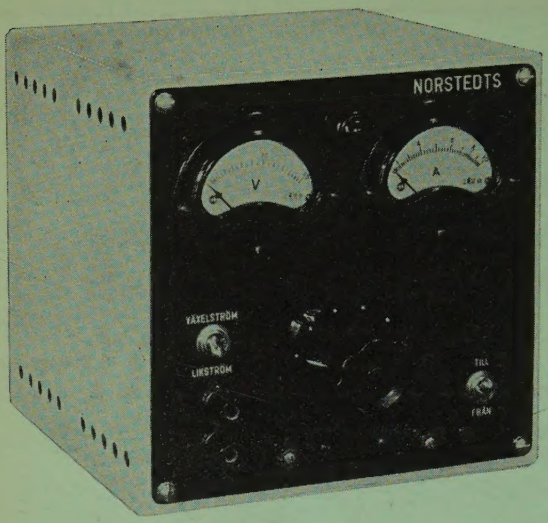
för gymnasiet

G Inb. 4:85



SVENSKA BOKFÖRLAGET

SKOLBOKCENTRALEN
David Bagaresgata 20, Stockholm C · Postgiro 55 160
UTSTÄLLNING · LÄRAREXEMPLAR · REKVISITIONER
Utställning även
Parkgatan 19, *Göteborg* · Hamngatan 4, *Malmö*
Klostergatan 26, *Linköping* · Tullgatan 16, *Luleå*



NORSTEDTS LIKRIKTARKUB

finns numera i två utföranden: I. Likström och växelström 0—15 volt 10 amp. samt II. Likström och växelström 0—24 volt 10 amp.

Likriktarkuben är en utmärkt strömkälla för skolornas elektriska försök och ersätter med fördel batterier och ackumulatorer. Likriktarkuben kan användas varsomhelst. Den behöver bara anslutas till ett vanligt vägguttag med nätspänning 220 volt eller 127 volt växelström. En lättransportabel och praktisk strömkälla för alla skolor.

Pris: 15 volt 295:— 24 volt 325:—

NORSTEDTS SKOLAVDELNING

STOCKHOLM · GÖTEBORG · MALMÖ · LINKÖPING · LULEÅ

LUND 1956, HÅKAN OHLSSONS BOKTRYCKERI

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

FYRTIONDE ÅRGÅNGEN

1957

Redaktionskommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, laborator S. Comét, lektor T. Jönsson, lektor G. Starck, professor J. Tandberg och lektor A. Wahlgren.
Redaktör och utgivare: fil. dr C. E. Blom.

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16⁴ STOCKHOLM